

トポロジー最適解の Self-Organizing Map を用いた探索：

第1報：SOM 分類結果の検証*1

Design Exploration of Topology Optimized Solutions by Using
Self-Organizing Map: 1st Report: Verification of the Result
of SOM Classification

申 鉉 眞*2・平野 義 鎮*3・轟 章*4

Hyunjin SHIN, Yoshiyasu HIRANO and Akira TODOROKI

Key Words: Multi-Objective Topology Optimization, Self-Organizing Map, Clustering, Design Exploration

Abstract: In recent years, there has been a renewal of interest in the study of supersonic transport (SST). The high speed, economic viability and environmental compatibility are required for the future SST. So, the wing of SST has to be thin as possible in order to minimize the weight and enhance performances. For this reason, the design of lugs between the main wing and body is very important. In structural optimization of lug, topology optimization has been used to determine the optimal structural lay-out. However, topology optimization has the problem that there are several different solutions depending on the analysis data and multiple loads caused by aeroelastic forces on the wing. In this study, in order to search for an optimal solution from topology optimized solutions for several loads, these solutions are classified according to the topological characteristics by using Self-Organizing Map (SOM). In this case, topological characteristics were represented by using model's spatial densities of topology optimized solutions. Through this classification, it is possible to explore to the optimal topology optimized solution within various topology optimized solutions.

1. はじめに

近年、増加する航空輸送量と高速化の要求に応えるため、次世代の超音速旅客機 (SST) の検討が各国で進められている。高騰する原油価格や、騒音や排出制限の厳格化に伴って、次世代の超音速旅客機においては高速性だけではなく、経済性と環境適合性等も含めて多様な性能が要求されている。

上記の様々な性能を超音速飛行機が満足するためには、空力性能を高めるための薄翼構造が必要になる。一般的に薄翼は構造が重くなるため、薄翼構造における軽量化が要求される。そのため、飛行時に負荷される様々な荷重だけではなく、翼内部構造の小さいスペースによる少ない設計自由度を考慮しながら設計しなければならない。超音速飛行機の薄翼構造において、このような問題を考慮しながら軽量化を達成するためには、第1図に示す胴体と主翼を連結する金具の設計が重要になる。また、金具は軽量化とともに主翼に負荷される空力荷重に対して十分な剛性を持つ構造にする必要がある。したがって、空力荷重による様々な荷重に対して十分な剛性を持つ構造でかつ構造の軽量化を達成するために金具設計に対して多目的最適化が必要である。このような設計問題の解法として、一定の設計空間の

中で最適な構造のレイアウトを探索するトポロジー最適化手法が広く用いられる。

しかし、トポロジー最適解析でよく用いられる SIMP 法 (密度法) は目的関数の感度を用いるため、初期点により局所最適解に収束する場合が多い¹⁾。そのため、モデルのパラメータ、設計領域、拘束条件、荷重条件により異なる局所解に収束する可能性が高い。一方、多目的トポロジー最適化の問題では、それぞれの目的関数に対する重み係数を与えて単一目的関数として解かれるが、その重み係数の値により解が変動する。すなわち、多目的トポロジー最適化問題において唯一な解を決める適切な方法はまだ確立されていないと言える。

そこで、本研究における手法では、まず単一目的トポロジー最適解析と複数の目的関数に重みをつけて足し合わせた単一目的関数を用いた多目的トポロジー最適解析の解に対するトポロジー変動解を多数生成する。次に、得られた最適解群を本研究において提案するトポロジー最適解の形状の類似性を判定する指標に基づき、Self-Organizing Map (SOM) を用いて分類する。また、分類した結果から翼胴結合金具の最適解の探索を実施することでその有効性を検討する。

2. トポロジー最適解析及び分類手法

本研究で提案するトポロジー最適解の SOM を用いた探索に対するフローチャートを第2図に示す。揚力と抗力に

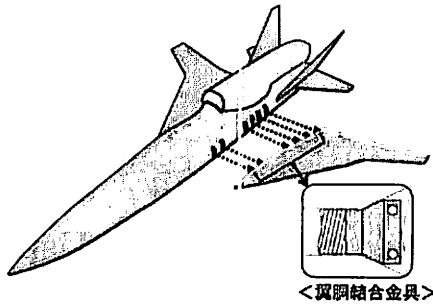
*1 © 2012 日本航空宇宙学会

平成 23 年 12 月 19 日原稿受付

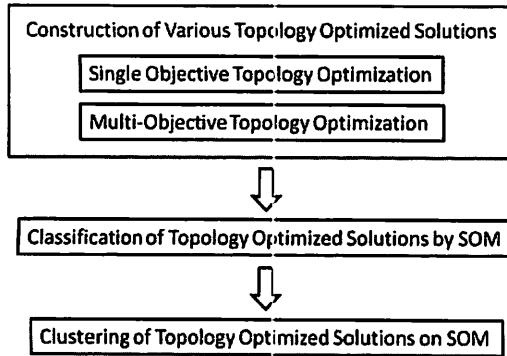
*2 東京工業大学大学院理工学研究科機械物理学専攻

*3 宇宙航空研究開発機構

*4 東京工業大学理工学研究科機械物理学専攻



第1図 JAXA の超音速実験機と翼胴結合金具



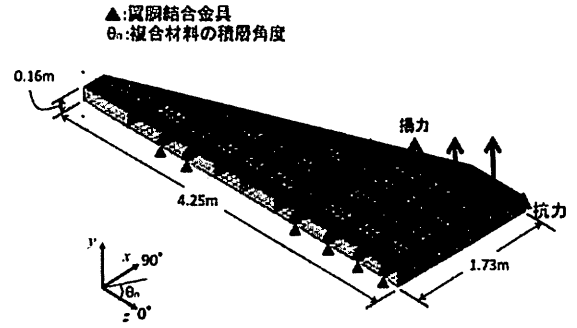
第2図 トポロジー最適解のSOMを用いた探索手法のフローチャート

起因するねじり、曲げモーメントとせん断力などの様々な荷重を考慮したトポロジー最適解群を生成するために、単一目的と多目的トポロジー最適解析を用いた。トポロジー最適化は感度解析を用いるため局所解に収束し易い。モデルの荷重条件によって異なる局所解に収束する可能性があるため、多数の局所トポロジー最適解が生成可能である。

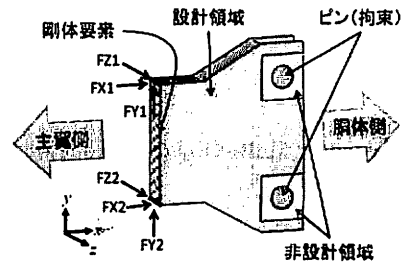
その後、これらを用いて得られたトポロジー最適解群を形状の類似性に基づき、SOMを用いて分類する。また、この分類結果に対して、より効率的に最適なトポロジーを探索するため、トポロジーの類似性が高いトポロジー最適解が同じグループに属するようにクラスタリングした。本研究では、この結果から得られたクラスタごとにトポロジーの特徴を調べ、また、各荷重に対して十分な剛性を持つ最適な金具のトポロジーを探索した。

2.1 金具モデルと最適化問題 金具への荷重の計算に、第3図のように超音速飛行機の主翼モデルを用いた。この主翼モデルの静解析結果より翼胴結合金具の最大反力を求め、その反力を考慮して金具のトポロジー最適化問題を実行した。主翼モデルと金具モデルの詳細を以下にそれぞれ説明する。

2.1.1 主翼モデル 超音速飛行機の主翼モデルとしては、JAXAにおいて検討が進められている静粛超音速実験機(3STD)²⁾を参考にした。本研究では、主翼を単純化するために、上下の外板の距離が16cmになるようにした。また、桁とリブの厚さは一定にし、主脚格納部は省略して斜めにあった一部桁を後縁と垂直にした。FEM解析に用いた単純化した主翼の構造を第3図に示す。FEM解析の主翼モデルの左側にある12個の三角形の節点を拘束し、そ



第3図 主翼構造の有限要素法のモデル



第4図 翼胴結合金具モデルと荷重の方向

の拘束位置の反力を計算した。主翼モデルの材料として、桁とリブにはアルミ合金、外皮は炭素繊維強化プラスチック(CFRP) T800/3630とした。アルミ合金の特性値は $E = 73 \text{ GPa}$, $\nu = 0.3$ であり、外皮の積層構成と特性値はそれぞれ $[(0/90)_2]_S$, $E_L = 167 \text{ GPa}$, $E_T = 9 \text{ GPa}$, $G_{LT} = 5 \text{ GPa}$, $\nu_{LT} = 0.3$ である。ここで、 E は縦弾性係数、 ν はポアソン比、 E_L は異方性材料の縦弾性係数、 E_T は横弾性係数、 G_{LT} はせん断弾性係数、 ν_{LT} は主ポアソン比である。また、桁とリブの厚さは50mmとした。

本研究では、超音速巡航(高度15km, Mach 1.5~1.6)を想定した。揚力係数 C_L は0.1, 揚抗比 (L/D) は9にし、空力荷重として、リブごとに負荷したそれぞれの揚力と抗力を式(1)と(2)を用いて計算した。また、その荷重を第3図のようにそれぞれの翼弦の中央部に負荷した。

$$C_L = \text{Lift} / \left(\frac{1}{2} \rho V^2 S_w \right) \quad (1)$$

$$C_D = \text{Drag} / \left(\frac{1}{2} \rho V^2 S_w \right) \quad (2)$$

ここで、 ρ は空気密度、 V は流速、 S_w は翼の面積である。この主翼モデルを静解析した結果、金具に生じる最大反力は X 方向114~128kN、 Y 方向14~16kN、 Z 方向5~8kNである。ここでは、汎用FEM解析ソフトウェア GENESIS[®]12.0を用いて静解析した。本研究では、この反力に基づいて金具のトポロジー最適解析を実施した。

2.1.2 翼胴結合金具 本研究で最適化の対象になる翼胴金具モデルを第4図に示す。長さ200mm、幅50mm、高さはリブ側と胴体側それぞれ160mm、250mmの空間で定義される金具を最適解析モデルとして用いる。金具の材料は弾性係数 $E = 113.8 \text{ GPa}$ 、ポアソン比 $\nu = 0.342$ の特

性値を持つチタン合金 (Ti-6Al-4V) とした。

有限要素解析とトポロジー最適解析は汎用 FEM 解析ソフトウェア GENESIS®12.0 を用いた。また、六面体ソリッド要素 CHEXA を使用し、解析空間の節点数は 67762 個、要素数 57483 個である。要素分割は厚さ方向で 11 分割し、厚さ方向のトポロジー的特徴も表現可能なようにした。また、荷重は金具の主翼側にあるリブと桁から伝達されると想定し、その主翼側断面の上部と下部に荷重を負荷した。そして、金具を拘束するために、ピンの中央節点を x, y, z の並進方向に対して固定した。

揚力と抗力による様々な荷重の中で翼胴結合金具への主要な荷重として、ねじりモーメント、せん断力と曲げモーメントの 3 つを想定する。これらの荷重ケースを第 1 表に示す。第 1 表の荷重 FX, FY, FZ の大きさは、前節の主翼モデルから求めた 3 つの反力の中で最大である x 方向反力（曲げモーメント）の大きさを考慮してすべて 120 kN とした。これは、主要な負荷荷重として取り上げた曲げモーメント、ねじりモーメント、せん断力によるトポロジー最適解への影響を同等にするためである。

上述した 3 つの荷重に対して十分な剛性を持ちながら軽量の構造を決定するために、次節で説明するトポロジー最適化を用いた。本研究では、様々なトポロジー最適解を生成するため、単一目的関数と多目的関数のトポロジー最適化を用いた。単一目的関数では各々の荷重を単独に考慮した単一荷重ケース、2 つ以上の荷重が同時に負荷された場合を考慮した組合せ荷重ケースを用いた。多目的関数トポロジー最適化では、荷重ケースの影響度によるトポロジーを生成するため、目的関数を 20 個の重み付け関数とし、トポロジー最適解を生成した。

2.1.3 トポロジー最適化問題の設定 トポロジー最適化問題の目的関数は、第 1 表に表す 3 つの荷重条件に対するひずみエネルギーの最小化とした。荷重条件は第 4 図と第 1 表に示した 3 つの荷重ケースを用いた。また、単一目的関数のトポロジー最適解析と多目的関数のトポロジー最適解析はともに、体積が全設計領域の 40% 以下になるように体積制約条件を追加して最適解析を行った。以下に単一目的関数のトポロジー最適解析と多目的最適解析の式をそれぞれ以下に示す。

単一目的関数トポロジー最適解析

目的関数：設計領域のひずみエネルギー最小化
(コンプライアンス最小化)

制約条件：体積比 40% 以下

多目的関数トポロジー最適解析

目的関数： β の最小化

制約条件：体積比 40% 以下

$$w_i (f_i/f_i^0) - \beta \leq 0; \quad i = 1 \text{ to } 3 \quad (3)$$

設計変数：各要素の密度

ここで、 β は単一目的関数にするために導入する変数。 w_i は 2.2.2 節で詳細を示す Weighted Min-Max における重み係数、 f_i は荷重条件 i の全ひずみエネルギー、 f_i^0 は荷

第 1 表 金具へ与えた各荷重ケース

No. Loadcase	Direction/ Magnitude	Direction/ Magnitude
Loadcase 1	FY1	FY2
Shear force	120 kN	120 kN
Loadcase 2	FZ1	FZ2
Twist moment	-120 kN	120 kN
Loadcase 3	FX1	FX2
Bending moment	120 kN	-120 kN

重ケース i だけ考慮した際、単一目的関数トポロジー最適解析から求めた形状の最小全ひずみエネルギーである。言い換えると f_i^0 は荷重ケース i の全ひずみエネルギーのユートピア点である。ここで、ユートピア点は他の目的関数を考慮せずに、各々の目的関数だけ考慮した場合に得られる点である。多目的関数の問題でユートピア点は、各々の目的関数の目標点として用いる。

単一目的トポロジー最適解析では、第 1 表の荷重ケース 1~3 が単独に負荷した際のトポロジー最適解を生成した。また、それぞれの荷重ケースが同時に負荷される場合を想定し、組合せした荷重ケースも用いて 7 個のトポロジー最適解を生成した。多目的トポロジー最適解析では式 (3) の重み係数を Latin Hypercube sampling³⁾ を用いて 20 個算出した後、それを用いてトポロジー最適解群を生成した。その後、生成した合計 27 個のトポロジー最適解を分類し、その分類結果を用いて最適解の探索を試みる。トポロジー最適化の手法について次の節で詳細に説明する。

2.2 トポロジー最適解群 本研究で用いた単一目的、多目的トポロジー最適化について以下にそれぞれ説明する。

2.2.1 単一目的トポロジー最適解析 単一目的トポロジー最適解析は、指定した固定設計領域の中で最適な構造のレイアウトを探索する方法である。材料が配置される点と穴になる点を決めるために、以下の式を用いる。

$$E_{ijkl} = 1_{\Omega^{mat}} E_{ijkl}^0 \quad (4)$$

$$1_{\Omega^{mat}} = \begin{cases} 1 & \text{if } x \in \Omega^{mat} \\ 0 & \text{if } x \in \Omega \setminus \Omega^{mat} \end{cases} \quad (5)$$

ここで、テンソル E_{ijkl}^0 は等方性材料の要素弾性特性値であり、1 と 0 はそれぞれ材料がある状態とない状態に対応する。ここで、不連続問題を連続問題に置き換えるために本研究では SIMP (Solid Isotropic Material with Penalization) 法 (密度法) を用いた¹⁾。この手法は、弾性テンソル E と正規化された密度 ρ との関係に次式のようにべき乗関係を適用する。

$$E_{ijkl} = \rho(x)^p E_{ijkl}^0, \quad p > 1 \quad (6)$$

ここで、 p は中間的な相対密度を排除するためのペナルティを与えるパラメータである。通常 p の値は 2~3 が用いられる。一般的に SIMP 法のトポロジー最適化において、線形近似最適化として移動漸近法 (MMA: Method of Moving Asymptotes) を用いる⁴⁾。また、以下のように定

式化し最適解析を行う。

$$\begin{aligned} \min_x F^T u(x) \\ \text{s.t. } x^T a = V \end{aligned} \quad (7)$$

ここで、 F は外力、 u は変位、 x は要素の厚さ、 a は要素の面積、 V は体積である。本研究では、制約条件は一定の体積比の以下とし、コンプライアンス最小化（ひずみエネルギーを最小化）するトポロジー最適解析をした。

2.2.2 多目的トポロジー最適解析 一般的に多目的トポロジー最適解析には、各々の目的関数に重みを与えて最適化する荷重和法がよく用いられる。しかし、この方法はパレート解群が凸ではない場合には重み係数を規則的に変えても最適解が変化しない問題点がある⁵⁾。したがって、本研究では、より様々な最適解を生成するために Weighted Min-Max 法を用いた⁶⁾。この方法は計算が易しいこととパレート解に接近できるという長所がある。さらに、常に弱パレート解は得られるので、荷重和法より多様なトポロジー最適解が得られる長所がある。ここで、ある解において、目的関数がこの解の目的関数より未満となるような解が設計空間に存在しないとき、このときの解を弱パレート解という。一方、Weighted Min-Max 方法は以下の式を最小化する方法で実行できる。

$$U = \max_i \{w_i [f_i / f_i^0]\}; \quad i = 1 \text{ to } k \quad (8)$$

ここで、 w_i は重み係数、 f_i は目的関数、 f_i^0 は目的関数が最小になるように用いるある基準の値である。この式は一般的に β という変数を導入し、以下の式のような制約条件の下で、 β を最小化することで簡単に計算できる。

$$\begin{aligned} \text{Minimize } \beta \\ \text{Subject to:} \\ w_i (f_i / f_i^0) - \beta \leq 0; \quad i = 1 \text{ to } k \end{aligned} \quad (9)$$

しかし、この手法でも最適な唯一の重み係数を決める方法は一般的にはない。本研究においては、様々なトポロジー最適解を生成するのが目的であるため、様々な重み係数を生成した。また、重複しない解を得ることができる Latin Hypercube Sampling 法を用いて重み係数を決める。この重み係数はそれぞれの目的関数の影響を割合として表しているため重み係数の合計が1になるように正規化した。

2.3 SOM を用いた分類 様々なトポロジー最適解群を分類するために、ベクトル量子化とベクトル射影の特性を両方持つ教師なしのニューラルネットモデルである自己組織化マップ (SOM) を用いた⁷⁾。SOM は高次元の入力データをその間に存在する非線形な統計学的関係に従い、人間が理解し易い低次元の離散化されたマップに射影する方法である。本研究では、その非線形な関係として、ユークリッド距離を用いた。また、データマイニングの手法の一種として高次元データの視覚化に優れるのでデータを理解するために有用な手法である。

SOM では、入力データ間の類似性によりマップ上に配

置される。そのマップ上にお互いに類似度が高い入力データが集合し、あるグループが形成する。そのグループ内の入力データ群はお互いに類似度が高いため、グループごとにそのトポロジーの特徴を調査する方が、SOM マップ上に射影されたすべての入力データに対して、個別に調べることより効率的であると言える。

本研究では、SOM により2次元マップ上に配置されたトポロジー最適解群をその類似性により分割し、またグループ数を求めるために、 k -means 法⁸⁾を用いて SOM 分類結果をクラスタリングした。 k -mean 法はクラスタリング手法として最もよく利用されている手法で、データセットを自動的に k 個のクラスタに分割する方法である。また、様々なクラスタ結果の中で、最良のものを選ぶために Davies-Bouldin 指数⁹⁾を用いた。

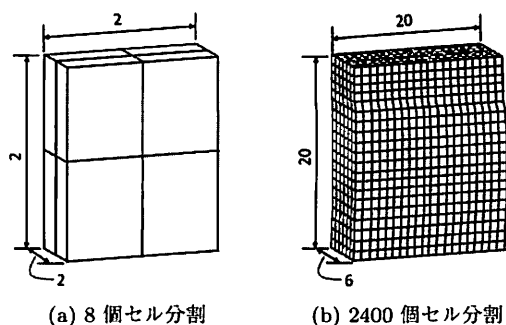
$$\frac{1}{C} \sum_{k=1}^C \max_{l \neq k} \left\{ \frac{\left(\frac{1}{N_k} \sum_{i=1}^{N_k} \|x_i - c_k\| \right) + \left(\frac{1}{N_l} \sum_{i=1}^{N_l} \|x_i - c_l\| \right)}{\|c_k - c_l\|} \right\} \quad (10)$$

この指数が最小である結果を最良のクラスタリング結果として選択する。ここで、 C はクラスタの数、 c_k はクラスタ k の重心、 N_k はクラスタ k のサンプルの数である。

2.4 形状属性の表現 本研究では、トポロジーを表現するために Grid Based 法を用いた¹⁰⁾。この手法は画像を一定間隔に分けて、その格子の中に要素が存在する所は1、存在しない場合は0とする。本研究では、この手法を3次元形状に拡張してトポロジー最適解の形状属性の表現を試みる。

この手法の利点としては、実行の簡単さとバイナリ表示であるため数値計算との適合性が高いことである。この手法の欠点としては、形状の全体的な特徴の直感的な理解が難しい。また、3次元の形状では2次元の形状より相対的に要素の数が多くなるため、計算コストの増加が問題になる。したがって、3次元の形状を対象とする本研究では、計算コストを下げるために3次元の形状の設計空間を等間隔に分割し、それぞれのセル領域内において要素の密度を計算した。

本研究では、トポロジーが明らかに表現しきれていない分割数と、合理的に分割された最適化結果に対する SOM



第5図 設計空間の分割数の比較

分類への影響を見ることで、設計空間の分割数による SOM 分類結果を比較した。そのため、第 5 図 (a) のように、設計空間を 8 個のセルに分割した場合と、さらに第 5 図 (b) のように長さ方向に 10 倍した 20 等分、厚さ方向に 3 倍した 6 等分、全体的に 2400 個のセルに分割した場合を比較した。

3. トポロジー最適解群の SOM 分類結果

3.1 設計領域分割数による SOM 分類結果の比較 設計領域をそれぞれ 8 個のセルと 2400 個のセルに分割したセルの要素密度を SOM の入力データ $\mathbf{x}_i = [x_{i1}, \dots, x_{id}]$ とし、それぞれ SOM で分類した結果を比較した。ここで、 \mathbf{x}_i は i 番目の入力データ、 d は入力データの次元数である。本研究では、設計領域の分割数を漸増させてもどこから合理的ということ是非常にわかりにくいいため、最も簡単な例と合理的な分割数でどう変化するかを調査した。また、2400 個セルの分割数においては、SOM 分類における計算コストも考慮して設定した。設計領域の異なる分割数を持つ 2 つの入力データの比較から、提案する SOM の分類手法において、細かなトポロジーの特徴まで精度よく分類可能であるかについて検証した。SOM でトポロジー最適群を分類するため、MATLAB[®](R2009b) の SOM TOOLBOX を使用した¹¹⁾。

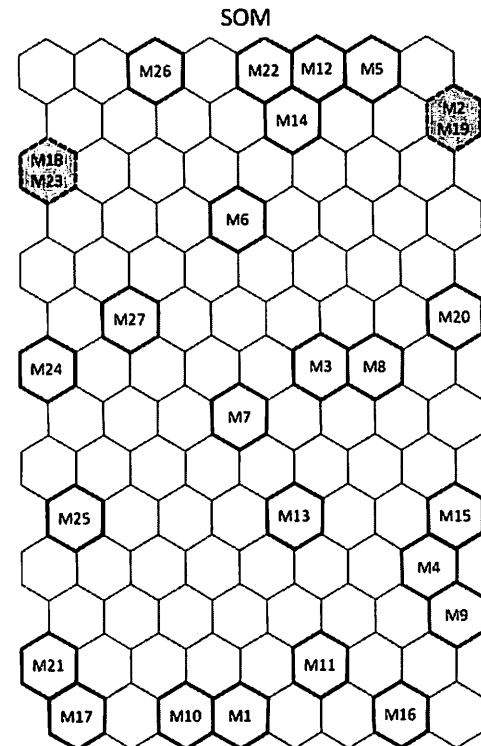
設計領域を 2400 個のセルに分割した場合の SOM 結果を第 6 図 (a) に示す。トポロジー最適解 27 個が 14×8 のマップ上に分類されている。形状の類似性を表現する設計領域の各セル密度を用いて SOM 分類しているため、SOM の分類結果の精度が高い場合、SOM 上で隣接する 2 つのトポロジー最適解の形状はお互いに高い類似性を示すようになる。

そこで、第 6 図 (a) の SOM で同じノードにモデルが 2 つあるノードからそれぞれの形状を比較した。第 6 図 (a) のマップの中で、同じノード上に 2 つのモデルが重なって位置するノードとしては、モデル 2 とモデル 19 がある 2 行 8 列のノードと、そしてモデル 18 とモデル 23 がある 3 行 1 列のノードがある。

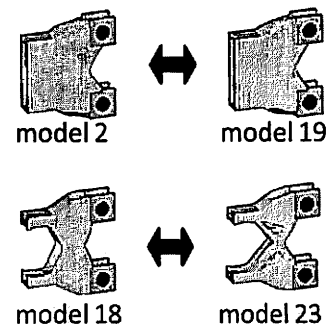
それぞれのノードごとに形状を比較した結果を第 6 図 (b) に示す。その結果、モデル 2 とモデル 19 は概形が一致していることが第 6 図 (b) からわかる。また、モデル 18 とモデル 23 は形状の中央部分の構造が異なるが、外形は良好に一致している。このことから、設計領域を 2400 個のセルに分割し、そのセルの密度を SOM の入力データとした場合、高い精度で形状が分類されることがわかる。

次に、設計領域を 2400 個のセルに分割した場合の SOM 結果と比較するため、設計領域を 8 個のセルに分割した場合の SOM 結果を第 7 図 (a) に示す。2400 個のセル分割の場合と同様に、トポロジー最適解群が 1 から 27 まで 10×12 のマップ上に分類されていることが第 7 図 (a) からわかる。

設計領域を 8 個のセルに分割した場合の SOM 結果でも、2400 個のセルに分割した場合の SOM 結果と同様に、モデル 18 とモデル 23 が 1 行 1 列の同じノード上にあることが



(a) SOM 分類の結果 (M1~M27: トポロジー最適解 1~トポロジー最適解 27)

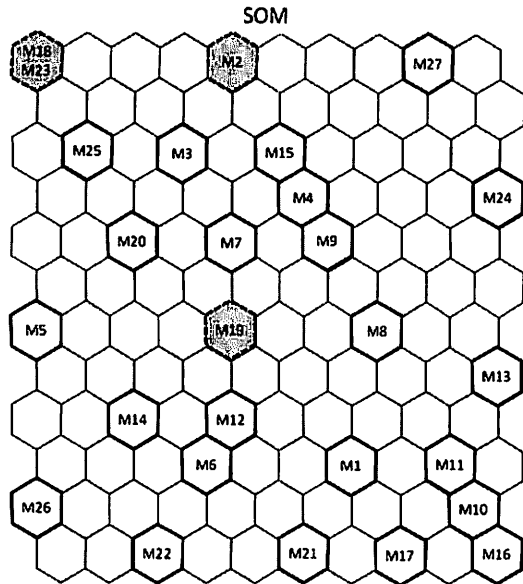


(b) (a) で同一ノード上にあるモデルのトポロジーの比較

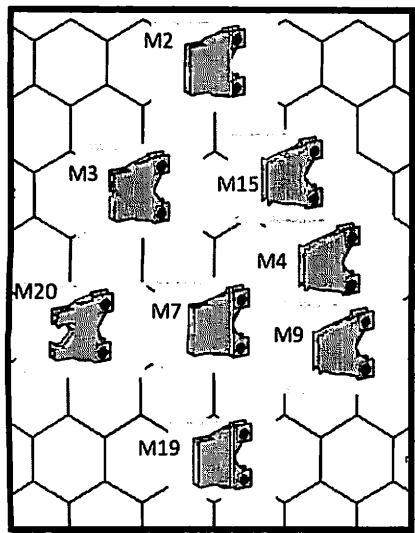
第 6 図 2400 個セルに分割した場合の SOM 分類結果

第 7 図 (a) からわかる。

しかし、形状的に類似性が高いモデル 2 とモデル 19 が SOM 上で離れたノードにある。これは、設計領域を 8 個のセルに分割した場合の SOM 結果では、モデル 2 とモデル 19 の形状がお互いの類似度が低く評価されたことを意味している。マップ上のモデル 2 とモデル 19 の周辺をより詳細に調査するため、第 7 図 (b) にモデル 2 とモデル 19 の周辺を拡大した図を示す。第 7 図 (b) から、モデル 2 の周辺ノードにモデル 3 とモデル 15 が位置していることがわかる。これは、設計領域を 8 個セルに分割して SOM で分類した結果、モデル 2 と類似性が高い形状はモデル 19 ではなく、モデル 3 と 15 の形状であることを意味している。しかし、第 7 図 (b) の拡大図からわかるように、モデル 2 はモデル 19 と最も類似性が高いことがわかる。このことから、設計領域を 8 個セルに分割した場合の SOM 入力データでは形状の特徴を十分に説明できておらず、SOM の分



(a) SOM 分類の結果 (M1~M27: トポロジー最適解 1~トポロジー最適解 27)



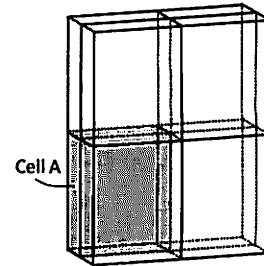
(b) モデル 2 と 19 に隣接するモデル

第 7 図 8 個セルに分割した場合の SOM 分類の結果

類結果の精度が低いと言える。

設計領域を 8 個セルに分割した場合、形状分類の精度が低くなる原因について調査するため、第 8 図に示すセル A の部分の密度をそれぞれのモデルに対して比較した。モデル 2, 15, 19 のセル A における密度を第 2 表に示す。ここで、密度はそれぞれのモデルにおけるセル A 内の要素数である。第 2 表から、セル A におけるモデル 15 の密度値は 4421 であり、モデル 2 の密度値 4280 とモデル 19 の密度値 4476 の間にあることがわかる。これは、セル A の密度情報だけでは、モデル 2 の形状がモデル 19 よりモデル 15 の形状に近いことを意味している。

しかし、前述したようにモデル 2 はモデル 3, 15 よりモデル 19 と形状が類似するので、8 個のセルに分割した場合の SOM 結果では、第 7 図 (b) に示す形状が正確に区別できないことを意味している。例えば、2 つの形状において



第 8 図 8 個セルに分割した場合のセル A の位置

第 2 表 各形状のセル A における密度の比較

	Model 2	Model 15	Model 19
Density at cell A [elements/cell]	4280	4421	4476

同じセル内でトポロジーが異なっても存在する要素の数だけ同じである場合は同じトポロジーとして区別される可能性が高いと言える。

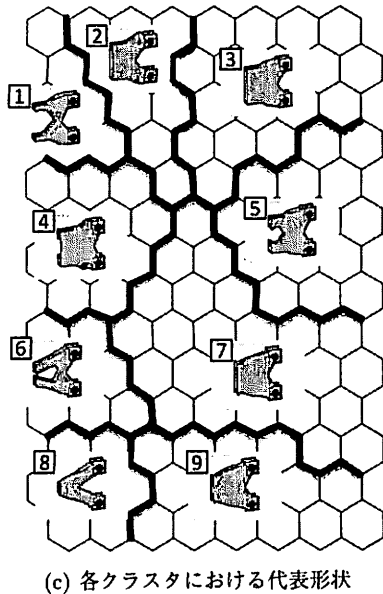
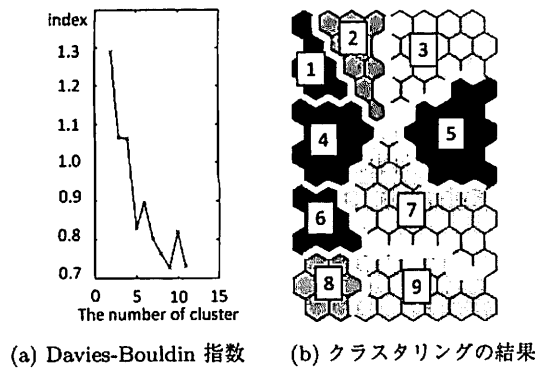
これらの結果から、設計領域をすべての座標軸に対して 2 等分し 8 個のセルに分割した場合、その密度データは形状の特徴を表現することが不十分であり、形状分類の精度が低下する。

しかし、設計領域を 2400 個のセルに分割した場合は、形状の特徴を十分に表現でき、形状分類において高い精度の SOM 分類結果が得られた。ここで、2400 個より多い分割数に対しては、入力データの次元数の増加により SOM の計算コストは次元数に比例して高くなるため¹¹⁾、2400 個のセル分割でも十分な精度を持つことから、この分割数が適切であると考えられる。しかし、第 7 図 (b) のモデル 4, 9, 15 のような形状の局所的な部分のトポロジーのみ異なるモデルが多くあり、形状の分類に用いたセルより小さな部分の局所的なトポロジーの違いまで区別し、分類する必要がある場合には、設計領域の分割数を高くする必要があると考えられる。

3.2 クラスタ空間での最適な形状の探索 3.1 節で、それぞれの形状の類似性によりトポロジー最適解群を 2 次元の SOM ノードマップ上に分類した。その後、その 2 次元の SOM マップ上で各荷重に対して最適な形状のトポロジーをより効果的に探索するために、クラスタリングの手法を用いた。ここで、クラスタリングの学習データは SOM 学習後のユニットデータである。各クラスタの中で代表的な形状を示すため、トポロジーがお互いに類似するトポロジー最適解の部分集合を求めた。また、クラスタリングにより計算されたトポロジー最適解のクラスタに基づき、最適なトポロジー最適解を探索した。

本研究では、クラスタリング手法としてよく用いられる k-means 法を用いてクラスタリングした。ここでは、最良のクラスタ数を選択するために式 (10) の Davies-Bouldin 指数を用いた。

第 9 図にクラスタリングの結果を示す。第 9 図 (a) はクラスタの数による Davies-Bouldin 指数の結果であり、第

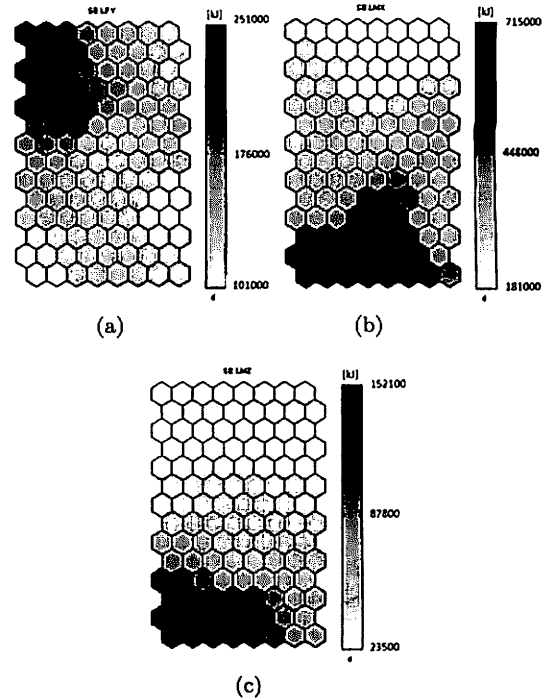


第 9 図 クラスタリングの結果

9 図 (b) はクラスタの数が 9 である際のクラスタリング結果である。第 9 図 (a) から、クラスタの数が 9 である際、Davies-Bouldin 指数が最小になり、最良なクラスタ数に基づく分類は第 9 図 (b) のようになる。また、第 9 図 (c) に各クラスタで代表的なトポロジー最適解を示す。本研究では、各荷重に対して高剛性を持つ形状を探索するために、第 9 図 (b) のクラスタリング結果と各荷重に対するひずみエネルギーパターンを比較した。第 10 図 (a)~(c) にクラスタリング結果と比較するため、各荷重ケースに対するひずみエネルギーパターンを示す。各パターンのグレースケールはひずみエネルギー値であり、その単位は [kJ] である。

第 10 図 (a) のせん断力に対するひずみエネルギーパターンから、クラスタ 1, 2 は相対的に高いひずみエネルギーを、クラスタ 8 と 9 は低いひずみエネルギーを持つことがわかる。このことから、クラスタ 1 と 2 に属するトポロジー最適解はせん断力に対して弱い形状であるが、クラスタ 8 と 9 に属するトポロジー最適解はせん断力に対して強い形状であると言える。

同様に、第 10 図 (b), (c) のねじりと曲げモーメントパターンから、クラスタ 8 と 9 は相対的に高いひずみエネルギーを、クラスタ 1 と 2 は低いひずみエネルギーを持つことがわかる。これは、クラスタ 8 と 9 より、クラスタ 1 と 2 に



第 10 図 各荷重におけるひずみエネルギーパターン (a) せん断力に対するひずみエネルギーパターン, (b) ねじりモーメントに対するひずみエネルギーパターン, (c) 曲げモーメントに対するひずみエネルギーパターン。

属するトポロジー最適解の形状がねじりと曲げモーメントに対して強い形状であることを意味している。

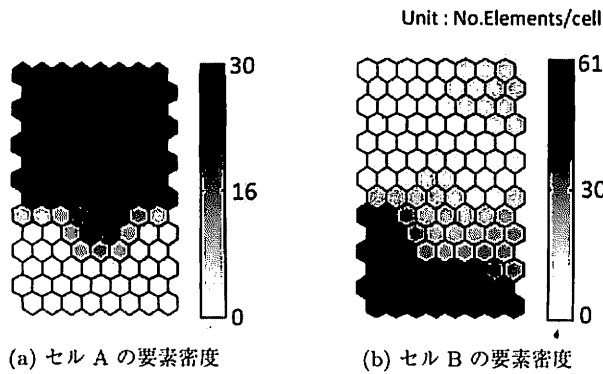
これらの結果から、クラスタ 1, 2 とクラスタ 8, 9 は相反的な構造性能を持っていると言える。また、このことは、第 10 図 (a) のせん断力に対するひずみエネルギーパターンと、第 10 図 (b), (c) のねじりと曲げモーメントパターンがほぼ反対のパターンを持つことからわかる。これは、せん断力に対する剛性と、ねじり、曲げモーメントに対する剛性はお互いにトレード-オフの関係があることを意味している。

また、クラスタ 3, 4 でも、ねじりと曲げモーメントに対して相対的に低いひずみエネルギーを、クラスタ 6, 7 はせん断力に対して相対的に低いひずみエネルギーを持つことが第 9 図 (b) と第 10 図の比較からわかる。ここでも、3つのひずみエネルギーパターンに対して、トレード-オフ関係があることが確認できる。

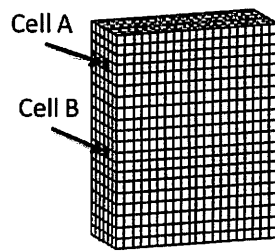
したがって、このトレード-オフの関係から、一義的に最適な形状を決めることは困難である。しかし、本研究で提案した手法を用いることで、第 9 図 (c) のように、各荷重に対して高い剛性を持つ形状のトポロジーが容易に比較できる。

また、各クラスタの間に存在する各荷重に対する構造性能のトレード-オフ関係を理解し、それに基づいて最適な形状を探索することは有効であると考えられる。

3.3 各クラスタにおける形状の特徴 各クラスタに属するトポロジー最適解の形状的特徴と 3.2 節で調査した各荷重に対する構造性能の関係を調査するため、各クラス



第11図 セル A と B における要素密度の SOM パターン



第12図 2400個セルに分割した場合のセル A と B の位置

タにおけるトポロジー最適解の形状的特徴を定量的に説明する必要がある。

そこで、SOMの入力データとして用いた各セルの密度を SOM 上に表示し、そのパターンをクラスタリング結果と比較することで、各クラスタに属するトポロジー最適解の形状的特徴を調査した。

第11図に入力データとして用いた2400個セルの密度情報のパターンを示す。ここでは、2400個セルの密度情報をすべて示すのは難しいので、金具モデルで主翼側にある2カ所のA、Bセルの密度を表示したSOMパターンのみ示す。また、グレースケールは密度を表し、単位セルあたりの要素数である。A、Bセルの位置は第12図の設計領域モデルに示す。

第11図(a)のAセルの密度値によるSOMパターンと第9図(c)の比較から、クラスタ1から5に属するトポロジー最適解はセルAの位置において要素が多くあり、他のクラスタに属するトポロジー最適解はセルAの位置に要素がないことがわかる。

同様に、第11図(b)のBセルの密度値によるSOMパターンと第9図(c)の比較からは、クラスタ1から5に属するトポロジー最適解はセルBの位置に要素がなく、他のクラスタに属するトポロジー最適解はセルBに要素が多数存在することがわかる。

このことから、セルAの位置に要素が多く存在し、セルBの位置では要素がないことが、クラスタ1から5の形状の特徴であると言える。このように、SOMの入力データとして用いた各セルの密度のSOMパターンを調査することで、各々のクラスタに属するトポロジー最適解の特徴がわかる。

しかしこの場合、対象部分の要素の物理量しかわからないため、各々のセルにおいて密度の意味を物理的な意味と関連し、解釈することは困難である。また、上述したように、2400個に及ぶセルの密度値のパターンをすべて調査することは極めて困難となる。そこで、形状の特徴表現に対して要素分布の統計的な値を用いる手法の検討が必要である。

4. 結 論

本研究では、トポロジー最適解の変動性を用いて様々な形状を持つトポロジー最適解を生成し、そのトポロジー最適解群を形状の類似性に基づき、Self-Organizing Mapを用いて分類した。さらに、SOMで分類した結果から最適なトポロジー最適解を探索する手法を示した。得られた結論は以下の通りである。

(1) SOMを用いてトポロジー最適解群をその形状の類似性により、2次元のマップ上に分類可能であることを示した。

(2) トポロジー最適解の形状的特徴を表すために、設計空間を分割し、その空間ごとの要素密度を用いる手法を示した。また、2つの異なる分割数による形状分類結果を比較し、SOM形状分類の精度を検証した。

(3) SOM結果から類似性が高いトポロジー最適解をグルーピングするために、クラスタリングの手法を用いた。また、クラスタリングの結果とひずみエネルギーパターンを比較し、各々クラスタにおける構造性能の特徴を明確にした。

参 考 文 献

- 1) Bendsoe, M. P. and Sigmund, O.: *Topology Optimization: Theory, Methods and Applications*, Springer, Berlin, 2003, pp. 4-47.
- 2) 静粛超音速研究機(S3TD)及び関連地上設備の基本設計結果, 宇宙航空研究開発機構研究開発資料, JAXA-RM-10-007, 2010.
- 3) McKay, M. D., Beckman, R. J. and Conover, W. J.: A Comparison of Three Methods for Selecting Values of Input Variables in the Analysis of Output from a Computer Code, *Technometrics*, **21** (1979), pp. 239-245.
- 4) Fleury, C.: *Mathematical Programming Methods for Constrained Optimization: Dual Methods*, Structural Optimization—Status and Promise, Vol. 150 of Progress in Astronautics and Aeronautics, Kamat, M. P., ed., AIAA, New York, pp. 123-150.
- 5) Deb, K.: *Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms*, Wiley, Chichester, 2002, pp. 50-57.
- 6) Vanderplaats, G. N.: *Numerical Optimization Techniques for Engineering Design, VR&D*, Colorado, 2001, pp. 332-333.
- 7) Kohonen, T.: *Self-Organizing Maps*, Springer, Berlin, 2001, pp.105-116.
- 8) Vesanto, J. and Alhoniemi, E.: Clustering of the Self-Organizing Map, *IEEE Trans. Neural Networks*, **11** (2000), pp. 586-599.
- 9) Davies, D. L. and Bouldin, D. W.: A Cluster Separation Measure, *IEEE Trans. Patt. Anal. Machine Intell.*, **PAMI-1** (1979), pp. 224-227.
- 10) Lu, G. J. and Sajjanhar, A.: Region-Based Shape Representation and Similarity Measure Suitable for Content-Based Image Retrieval, *Multimedia System*, **7** (1999), pp. 165-174.
- 11) Vesanto, J., Himberg, J., Alhoniemi, E. and Parhankangas, J.: SOM Toolbox for Matlab 5, available at <http://www.cis.hut.fi/projects/somtoolbox/> (Last accessed: 7 March 2012).