

# 電気ポテンシャル法による層間はく離検出への 応答曲面法の適用

Response Surface Methodology for identification of Delamination  
using Electric Potential Method

正 轟 章 (東工大工), 鈴木洋之 (東工大院), 島村佳伸 (東工大工)

Akira TODOROKI, Tokyo Institute of Technology, 2-12-1 O-okayam, Meguro-ku, Tokyo

E-mail: atodorok@mes.titech.ac.jp

Hiroshi SUZUKI, Graduate Student of Tokyo Institute of Technology

Yoshinobu SHIMAMURA, Tokyo Institute of Technology, 2-12-1 O-okayam, Meguro-ku, Tokyo

**Key words** : Response Surface Methodology, Composites, Electric Potential Method, Smart Structure

## 1. 緒言

構造物にセンサーを取り付けて構造物の健全性を自動的に検査するヘルスマonitoringシステムは、目視できないはく離欠陥を生じる複合材料積層板の構造安全性の保証の観点から非常に重要である。複合材料のヘルスマonitoringでは、光ファイバーを埋め込み、ひずみを測定する方法<sup>(1)(2)</sup>や固有振動数の変化からはく離を検出する方法<sup>(3)-(5)</sup>、強化材の炭素繊維をセンサーとして用いる電気ポテンシャル法<sup>(6)</sup>などが検討されている。いずれのヘルスマonitoringシステムでも、測定されるセンサー情報から欠陥の大きさや位置を同定する逆問題となる。逆問題の解法としては既に提案されているが<sup>(7)</sup>、リアルタイム性が重視されるヘルスマonitoringには適当でないものが多く、また破壊メカニズムが複雑な複合材料では明確な順問題解析手法も確立されていないため、逆解析に適切な手法の検討が困難である。ニューラルネットワークによる逆問題解析<sup>(8)(9)</sup>は判定時のリアルタイム性は優れており、実験やFEM解析結果だけから逆解析可能でありメカニズムを検討する必要が無いが、効率的なデータ収集法の問題や近似の判定に問題があり、また学習コストが高価である。これらの背景から本研究では判定のリアルタイム性に優れ、さらに効率的データ収集可能な手法として応答曲面法をヘルスマonitoringの逆解析に適用することを検討する。本研究では応答曲面法による逆解析問題の有効性を検討し、電気ポテンシャル法によるはく離き裂長さ同定問題に適用した。

## 2. 応答曲面法

### 2.1 水準への離散化

応答曲面法とは品質工学分野におけるプロセス最適化に適用されている手法であり、最小2乗法、実験計画法、最適化手法を含む。応答曲面とは制御因子 $x_i$ と応答 $y$ との関係を近似する曲面であり、次式であらわされる。

$$y = f(x_1 \cdots x_i) + f^{\hat{}} \quad (1)$$

ここで、 $f^{\hat{}}$ は誤差である。応答曲面の関数形としては後述する実験計画の観点から多項式近似する場合が多い。ただし、さまざまな変数変換を行うことで複雑な関数に近似可能となる。例えば $Y = \text{Log}(1-y)/y$ の変換でロジスティック曲線に近似可能となり、これはパーセプトロンニューラルネットワークと同じになる。応答曲面法では制御変数を水準とよばれるレベルに離散化する。これは本来は実験計画を容易にするためであるが、ヘルスマonitoringでは推定誤差

を丸める役割をはたす。

### 2.2 最小2乗法

簡単のため、2次多項式近似する場合を考える。この時、

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i x_i + \sum_{i=1, j \geq i}^n \beta_{ij} x_i x_j \quad \text{近似式は次式となる。} \quad (2)$$

$x_{ij} = x_i x_j$ とおきかえることで式(2)は線形重回帰式となる。k個 ( $k > n+1+n(n-1)/2$ )の実験点がある場合、p個 ( $p=n+1$ )の変数の重回帰モデルは次式となる。

$$y = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (3)$$

$$y = \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_k \end{Bmatrix} \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{k1} & x_{k2} & \cdots & x_{kp} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{f}\tilde{\mathbf{A}} = \begin{Bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_p \end{Bmatrix} \quad \mathbf{f}\tilde{\mathbf{A}} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_k \end{Bmatrix}$$

最小2乗法から期待値 $b$ は次式となる。

$$\mathbf{b} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y} \quad (4)$$

### 2.3 実験計画法

式(4)の $b$ の分散を小さくするには、 $y$ の分散を小さくすることは別に $(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T$ を小さくするような実験点の座標を選択することで相対的に $b$ の分散を小さくすることが可能となる。このように応答 $y$ とは無関係に近似モデル $X$ だけに関連して近似式の $b$ の分散を最小にする実験点の最適化を行うことができる。これが実験計画法である。実験計画法には全因子計画、直交計画、中央複合計画などの経験的な手法があるが、逆問題の場合には計算機利用が不可欠であり、しかも応答 $y$ から変数 $x$ を近似する際に応答空間が不規則形状である場合が多い。このような場合には計算機支援の実験計画としてD最適基準が用いられる。D最適基準はモーメントマトリックス $M$ の行列式を最大化する<sup>(10)</sup>。

$$\mathbf{M} = \mathbf{X}^T \mathbf{X} / k \quad (5)$$

判定基準には次式の $\text{Deff}$ を用いる。

$$D_{eff} = \frac{\left( \text{Det} \left[ \mathbf{X}^T \mathbf{X} \right] \right)^{1/p}}{k} \quad (6)$$

具体的には、いくつかの実験候補点の集合から  $D_{eff}$  を最大化する実験点の組み合わせを求める組合せ最適化問題を解いて最適な実験計画を行う。この際、各候補点では応答  $y$  の解析は必要なく、近似モデルと座標だけが重要となる。

### 3. 逆問題への適用

#### 3.1 適用手順

順問題空間 ( $y=f(x)$  の近似) での実験計画は逆問題空間 ( $x=g(y)$  の近似) に最適である保証はない。逆問題 ( $x=g(y)$  の近似) の応答曲面作成には応答  $y$  を座標にして実験計画を行う必要があり、これには応答  $y$  の全空間が既知であるかまたは膨大な応答  $y$  の結果が必要であり一般には困難である。そこで、まず順問題を実験計画に基づいて応答曲面  $y=f(x)$  を作成する。その応答曲面を用いて全応答空間  $y$  が近似的に得られる。この近似応答の集合から実験計画で逆問題の応答曲面に適した応答  $y$  の集合を求め、それを与える座標  $x$  を求める。求めた  $x$  から順問題を解くか実験により逆問題に適した真の実験点の応答  $y$  を求める。この逆問題の実験計画点  $y$  の集合から  $x=g(y)$  の逆問題の応答曲面を求める。

#### 3.2 適用例

簡単な例として、未知関数 (ここでは  $y = \tanh(x/0.2)$ ), ただし  $0 \leq x \leq 1$ ) の逆関数を 3 次多項式で近似する問題を取り扱う。3 次多項式の未知係数は 4 個であるので実験点は 8 個とする。均等に  $x$  を 20 分割した候補点から D 最適基準で 8 個選択し、3 次多項式で順問題を近似する。近似した順問題の応答曲面から 20 分割した点を作成し、その応答を計算して  $y$  の候補点を 20 個作成し、D 最適基準で 8 個を選択する。選択した 8 個の点の  $x$  座標から真の応答  $y$  を計算し、その  $y$  から  $x$  の関数を 3 次多項式で近似した。結果を図 1 に示す。比較のため  $x$  の均等分割の 8 点の  $y$  座標から逆問題の応答曲面を近似した結果を図 2 に示す。図中実線は  $x = \tanh^{-1}(y)$  である。図 1, 2 から実験計画に基づく応答曲面法によって求めた結果がよい近似を与えていることがわかる。

### 4. 電気ポテンシャル法への応用

#### 4.1 問題設定

実際の問題では、正確に連続変数としてき裂長さを必要としない場合が多い。このような場合には変数であるき裂長さを水準に離散化させる。本研究では、図 3 に示す複合材料積層板梁にはく離が発生した場合の 5 点での電気ポテンシャル変化からく離の大きさを同定する問題に適用する。ただし、この問題は簡単であるため全因子計画を用いている。き裂サイズは 3 水準、位置は 1 2 水準である。

#### 4.2 適用結果

結果を表 1 に示す。この結果からはく離き裂の同定が可能であることがわかる。

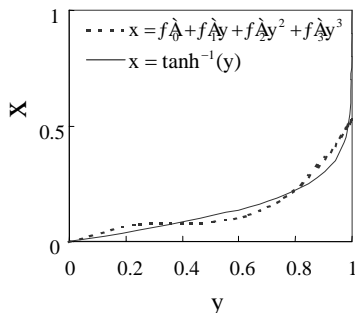


Fig.1 Application of response surface for inverse problem by Design of Experiments

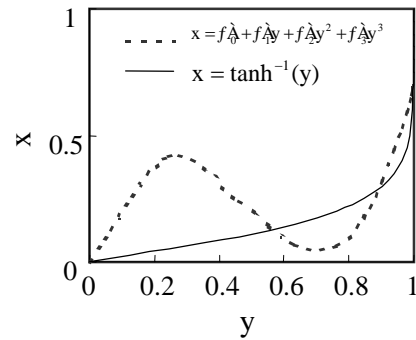


Fig.2 Application of response surface for inverse problem by equally spaced experiments

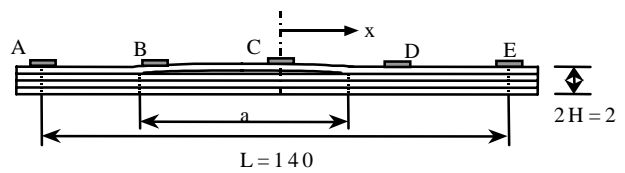


Fig.3 Specimen configurations

Table 1 Estimation results

a/L	RAB	RBC	RCD	RDE	Estimation	Level
0.071429	0.000273	0.001451	0.000504	7.02E-05	1.00E-01	1
0.071429	0.000489	0.001045	0.000534	7.73E-05	9.50E-02	1
0.071429	0.000365	0.000592	0.000559	8.73E-05	9.17E-02	1
0.071429	6.44E-05	0.00038	0.000564	0.000103	8.01E-02	1
0.071429	6.59E-06	8.07E-05	0.00049	0.000123	8.28E-02	1
0.071429	4.71E-05	1.98E-05	0.000286	0.000144	8.40E-02	1
0.071429	0.000116	1.49E-05	9.39E-05	0.000155	8.49E-02	1
0.071429	0.000143	9.39E-05	1.49E-05	0.000131	8.39E-02	1
0.071429	0.000134	0.000287	1.93E-05	5.92E-05	8.06E-02	1
0.071429	0.000116	0.000491	7.95E-05	3.97E-06	7.74E-02	1
0.071429	9.71E-05	0.000566	0.00038	4.29E-05	7.63E-02	1
0.071429	8.19E-05	0.000557	0.000617	0.000282	9.06E-02	1
0.071429	7.11E-05	0.000522	0.001097	0.000452	1.02E-01	1
0.071429	6.48E-05	0.000494	0.001421	0.000701	1.03E-01	1
0.142857	0.001095	0.003661	0.001514	0.000215	1.84E-01	2
0.142857	0.001255	0.002318	0.001565	0.000236	1.44E-01	2
0.142857	0.000588	0.001351	0.001599	0.00027	1.18E-01	2
0.142857	9.21E-05	0.000605	0.001494	0.000319	1.02E-01	2
0.142857	5.77E-05	0.000135	0.001094	0.000376	1.17E-01	2
0.142857	0.00023	3.53E-05	0.000513	0.00042	1.21E-01	2
0.142857	0.000366	0.000156	0.000156	0.000403	1.21E-01	2
0.142857	0.00039	0.000514	3.47E-05	0.000267	1.17E-01	2
0.142857	0.000352	0.001098	0.000132	7.29E-05	1.08E-01	2
0.142857	0.0003	0.0015	0.000603	5.80E-05	9.28E-02	2
0.142857	0.000254	0.0016	0.001382	0.000443	1.20E-01	2
0.142857	0.000219	0.00155	0.002455	0.001054	1.34E-01	2
0.142857	0.000199	0.001486	0.003697	0.00166	1.47E-01	2
0.285714	0.002641	0.00732	0.00469	0.000727	2.79E-01	3
0.285714	0.001755	0.00404	0.004481	0.000803	2.88E-01	3
0.285714	0.000668	0.001901	0.003884	0.000918	3.01E-01	3
0.285714	0.000299	0.000732	0.002805	0.001044	2.76E-01	3
0.285714	0.00055	0.000261	0.001602	0.001102	2.89E-01	3
0.285714	0.000879	0.000619	0.000618	0.000977	2.86E-01	3
0.285714	0.001017	0.001606	0.000259	0.000633	2.99E-01	3
0.285714	0.000975	0.002815	0.000727	0.00032	2.71E-01	3
0.285714	0.000862	0.003894	0.001931	0.000511	2.73E-01	3
0.285714	0.000753	0.004469	0.004204	0.001413	2.97E-01	3
0.285714	0.000678	0.004649	0.007483	0.003043	2.82E-01	3
0.428571	0.00292	0.009155	0.008643	0.001714	6.00E-01	3
0.428571	0.001817		0.006864	0.001844	1.02E+00	3
0.428571	0.001005	0.001988	0.004988	0.001951	8.53E-01	3
0.428571	0.000944	0.001145	0.003106	0.001873	5.99E-01	3
0.428571	0.001345	0.001642	0.001637	0.001504	6.06E-01	3
0.428571	0.001712	0.003117	0.00114	0.001054	6.95E-01	3
0.428571	0.001811	0.004999	0.002017	0.000935	7.64E-01	3
0.428571	0.001721	0.006851	0.004738	0.001509	8.00E-01	3
0.428571	0.001599	0.00859	0.009325	0.003276	9.22E-01	3
0.571429	0.002992	0.009675	0.011115	0.003269	2.25E+00	3
0.571429	0.002149	0.00468	0.007737	0.003074	1.12E+00	3
0.571429	0.001646	0.002917	0.005105	0.002606	1.34E+00	3
0.571429	0.001824	0.003366	0.003355	0.002033	1.12E+00	3
0.571429	0.002357	0.005115	0.00294	0.001689	1.34E+00	3
0.571429	0.002822	0.007719	0.004848	0.001946	1.77E+00	3
0.571429	0.003027	0.011043	0.009848	0.003369	2.44E+00	3