

CFRP 積層板の交流電流の表皮効果
Skin Effect of Alternating Electric Current in Laminated CFRP

轟 章* Akira TODOROKI

* 東京工業大学 (Tokyo Institute of Technology)

東京都目黒区大岡山 2-1-2 (il-58) E-mail: atodorok@ginza.mes.titech.ac.jp

ABSTRACT

When an alternating current is applied to a conductive slab, the induced current impedes the electric current and this causes skin effect for all conductive materials. For laminated Carbon Fiber Reinforced Plastics (CFRP), however, the skin-effect depth is not evaluated. In the present study, therefore, Maxwell's equations are analytically solved, and the skin-effect depth of unidirectional CFRP is derived first. Using the result, skin-effect is analyzed for the laminated CFRP. As a result, the skin-effect depth is derived for the laminated CFRP, and the effect is compared with the newly defined skin-effect of direct current caused by strong anisotropic conductance. For the highly toughened CFRP that has resin rich layers, the skin-effect of the direct current is more important than that of alternating current.

Key words: Laminated Composites, Electric conductance, Skin effect, Maxwell's equations

1. 緒言

航空機の主構造に炭素繊維強化プラスチック（CFRP）積層材料が多用されるようになってきた。航空機構造では、雷撃による損傷や燃料タンク内へのリーク電流による樹脂のプラズマ化によるスパーク発生などが問題となる。雷撃による CFRP 損傷では、既にくいくつかの研究が実施されている⁽¹⁾⁻⁽³⁾。現在の航空機構造では、表面への銅メッシュの配置などで耐雷撃対策が取られているが、リーク電流や誘導電流の影響は実験的評価が実施されている。著者は、CFRP 積層板に対する電流密度解析において、定常電流解析を完全流体のポテンシャル流を用いて実施する簡便評価手法を提案し、厚板 CFRP の積層理論を提案している^{(4), (5)}。これらは定常電流とみなせる低い交流周波数電流での電流密度解析には有効な手段であるが、交流電流では、電磁波による影響である表皮効果を考慮する必要がある。このため、この理論の有効範囲は明らかにされていない。

導体中を交流電流が流れる場合、電流の変動による誘導電流によって導体内部の電流は減衰し、表面だけを流れるようになる。この導体中を流れる交流電流の表皮効果は、導体中の交流電流解析でよく知られている。この表皮効果を低減するために積層構造の導体の交流電流も解析されている^{(6),(7)}。しかし、導電率に著しい異方性を有する CFRP 積層板の表皮効果についての研究はなされていない。CFRP に渦電流を使用して非破壊検査を実施する研究においても、便宜的に金属と同じ均質等方性材料として表皮効果厚さを概算している⁽⁸⁾。そこで、本論文では、直交異方性導電性材料の交流電流負荷時の表皮効果厚さを論じるため、Maxwell 方程式を導出した後、CFRP 積層板への拡張を行い、CFRP 積層板に交流電流を流す際の表皮効果厚さを求め、直流電流解析手法との比較検討を行うことを目的とする。

2. Maxwell の方程式

導電率に直交異方性を有する導電性材料の交流電磁場を支配する Maxwell の方程式を以下に

示す．ただし，方向による差異を明確にするためにベクトル演算表記は用いない． z 軸を積層方向とし， x 軸を繊維方向， y 軸を繊維直交方向とする．

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} + \frac{\partial B_x}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial t} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial t} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - \frac{\partial D_x}{\partial t} = i_x \quad (4)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} - \frac{\partial D_y}{\partial t} = i_y \quad (5)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - \frac{\partial D_z}{\partial t} = i_z \quad (6)$$

$$\frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} = \rho \quad (7)$$

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0 \quad (8)$$

$$B_x = \mu_x H_x, B_y = \mu_y H_y, B_z = \mu_z H_z \quad (9)$$

$$D_x = \varepsilon_x E_x, D_y = \varepsilon_y E_y, D_z = \varepsilon_z E_z \quad (10)$$

ここで， B は磁束密度， H は磁場， D は電束密度， E は電場であり， μ は透磁率， ε は誘電率， i は電流密度， ρ は電荷である．

電磁波の周波数 f と光速 c から，電磁波の波長 λ が求められる．

$$\lambda = \frac{c}{f} \approx 3.0 \times 10^8 / f \quad (11)$$

電磁波の波長 λ がCFRPの板厚 h と比較して十分に大きければ，変位電流 $\partial D / \partial t$ は無視できる⁽⁶⁾．航空機構造のCFRPの板厚を最大で30mm，長さ寸法を金属部品間隔として最大で3mとすれば，その100倍程度を十分に大きいと設定すると，式(11)から板厚方向には100MHz，面内寸法を考慮しても1MHzの交流周波数以下では変位電流成分が無視できる．よって，式(4)～(6)は次式となる．

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = i_x \quad (12)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = i_y \quad (13)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = i_z \quad (14)$$

直交異方性材料では，電流密度は電場に比例する．

$$i_x = \sigma_x E_x, i_y = \sigma_y E_y, i_z = \sigma_z E_z \quad (15)$$

これは準定常電流と呼ばれている．ここで， σ_x は x 方向， σ_y は y 方向， σ_z は z 方向の導電率である．

式(15)をそれぞれ式(12) - (14)に代入し，式(9)を式(1) - (3)に代入すると次式が得られる．

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -\mu_x \frac{\partial H_x}{\partial t} \quad (16)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -\mu_y \frac{\partial H_y}{\partial t} \quad (17)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -\mu_z \frac{\partial H_z}{\partial t} \quad (18)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \sigma_x E_x \quad (19)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = \sigma_y E_y \quad (20)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = \sigma_z E_z \quad (21)$$

ここで、CFRP では、磁性材料は使用しないので、比透磁率は1とし、方向に依存しない真空の透磁率 μ_0 と同じとする。式(19)の両辺を t で偏微分して、 H_z と H_y を式(17)、(18)を用いて消去すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} -\mu\sigma_x \frac{\partial E_x}{\partial t} &= \left(\frac{\partial^2 E_y}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} \right) - \left(\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 E_z}{\partial x \partial z} \right) \\ &= \left(\frac{\partial^2 E_y}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial x \partial z} \right) - \left(\frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} \right) \quad (22) \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} \right) - \left(\frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} \right) \end{aligned}$$

式 (7) から、導体内で電荷がない場合には次式が成り立つ。

$$\varepsilon_x \frac{\partial E_x}{\partial x} + \varepsilon_y \frac{\partial E_y}{\partial y} + \varepsilon_z \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0 \quad (23)$$

数 MHz よりも小さい周波数では、CFRP 積層板は均質導電性材料である⁽⁹⁾。よって、誘電率に異方性はなく、真空の誘電率 ε_0 を用いる。

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0 \quad (24)$$

式 (24) を式 (22) に代入すると次式が得られる。

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = \mu_0 \sigma_x \frac{\partial E_x}{\partial t} \quad (25)$$

同様にして、次式が得られる。

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} = \mu_0 \sigma_y \frac{\partial E_y}{\partial t} \quad (26)$$

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} = \mu_0 \sigma_z \frac{\partial E_z}{\partial t} \quad (27)$$

式 (25) - (27) が、繊維方位と繊維直交方位に準定常の電流を流した場合のCFRPの支配方程式となる。

x - y 面内に回転する Off-axis 座標軸方位に電流を流す場合、繊維方位から θ 傾いた ξ - η 座標の導電率は次式で得られる⁽⁵⁾。

$$\begin{aligned}
\sigma_{\xi\xi} &= \sigma_x \cos^2 \theta + \sigma_y \sin^2 \theta \\
\sigma_{\xi\eta} &= \sigma_{\eta\xi} = -(\sigma_x - \sigma_y) \sin \theta \cos \theta \\
\sigma_{\eta\eta} &= \sigma_y \cos^2 \theta + \sigma_x \sin^2 \theta
\end{aligned} \tag{28}$$

したがって、式 (25) - (27) は x - y 面内で回転した ξ - η 座標での電流負荷の場合、次式になる。

$$\frac{\partial^2 E_\xi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 E_\xi}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 E_\xi}{\partial z^2} = \mu_0 \sigma_{\xi\xi} \frac{\partial E_\xi}{\partial t} + \mu_0 \sigma_{\xi\eta} \frac{\partial E_\eta}{\partial t} \tag{29}$$

$$\frac{\partial^2 E_\eta}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 E_\eta}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 E_\eta}{\partial z^2} = \mu_0 \sigma_{\eta\eta} \frac{\partial E_\eta}{\partial t} + \mu_0 \sigma_{\xi\eta} \frac{\partial E_\xi}{\partial t} \tag{30}$$

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} = \mu_0 \sigma_z \frac{\partial E_z}{\partial t} \tag{31}$$

3. 一方向材に流れる電流の表皮効果

簡単のため、繊維方向 (x 方向) に電場が偏向し、 z 方向に進展している場合を考える (図 1 参照). 式 (25) - (27) において、 E_y , E_z は存在しないので、式 (25) だけを考える. この偏向電場が x 軸, y 軸に関しては一様になっているとすれば、式 (25) は次式に簡略化できる.

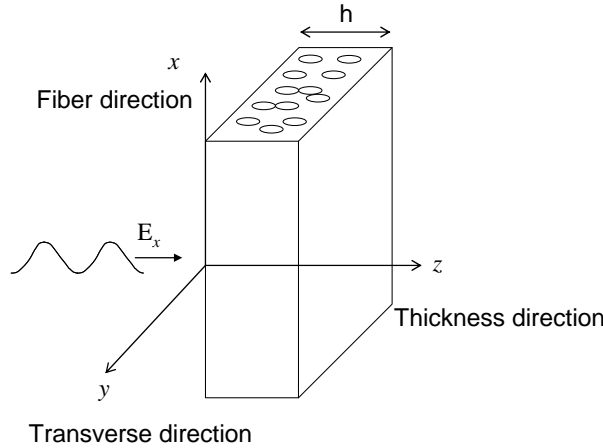


Fig. 1 Simple model of uniform electric current in a conductive slab

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = \mu_0 \sigma_x \frac{\partial E_x}{\partial t} \tag{32}$$

表面 $z=0$ で $E_x = E_0 e^{-j\omega t}$ の電場とする. 式 (32) の解は次式となる.

$$E_x = E_0 e^{-j\omega t} e^{-kz} \tag{33}$$

ただし、 j は虚数であり、 k は複素数の未知数である. 式(33)を式(32)に代入することで次式を得る.

$$k = \pm(1 + j) \sqrt{\frac{\mu_0 \omega \sigma_x}{2}} \tag{34}$$

式(34)において、時間成分の正部分だけを考えると、次式となる.

$$k = (1 + j) \sqrt{\frac{\mu_0 \omega \sigma_x}{2}} \tag{35}$$

$$\begin{aligned}
E_x &= E_0 e^{-j\omega t} e^{j\sqrt{\frac{\mu_0\sigma_x\omega}{2}}z} e^{-\sqrt{\frac{\mu_0\sigma_x\omega}{2}}z} \\
&= E_0 e^{-j\omega\left(t-\sqrt{\frac{\mu_0\sigma_x}{2\omega}}z\right)} e^{-\sqrt{\frac{\mu_0\sigma_x\omega}{2}}z} \\
&= E_0 e^{-j\omega(t-\alpha z)} e^{-\beta z}
\end{aligned} \tag{36}$$

ここで,

$$\alpha = \sqrt{\frac{\mu_0\sigma_x}{2\omega}}, \quad \beta = \sqrt{\frac{\mu_0\sigma_x\omega}{2}} \tag{37}$$

式(36)の αz は表面 ($z=0$)から z だけ離れることによる電場の位相遅れを意味し, βz は表面から z だけ離れることによる振幅の減衰を表している. 表皮効果はこの振幅の減衰が e^{-1} になる表面からの距離 z であるので, $\beta z=1$ を解くことにより, 表皮効果厚さ δ_a が求められる.

$$\delta_a = \sqrt{\frac{2}{\mu_0\sigma_x\omega}} \tag{38}$$

式(38)の σ_x を金属材料の導電率に置き換えるとそのまま金属材料の表皮効果厚さとなっていることがわかる. 直交異方性材料の表皮効果厚さは電流が流れる方位の導電率に置き換えるだけである.

繊維方位および直交方位以外に電流が流れる場合, 式(29),(30)から, ξ 方位に偏向した電場を負荷しても η 方向の電場が連成項によって発生するために簡単に解くことはできないのでここでは扱わない.

4.直交積層板の表皮効果厚さ

積層構成を $0/90$ または ± 45 に限定した積層板の表面繊維方向または繊維直交方向に電流を負荷する場合を考える (図 2 参照). 板厚方向を z 方向とし, 無限に厚いとする. 各層の厚さを $h_1, h_2, \dots, h_n, \dots$ とする. ここで, 各層の x 方向導電率を $\sigma_{x1}, \sigma_{x2}, \dots, \sigma_{xm}, \dots$ とする. 一方向の場合と同様に, x 方向に偏向した電場 E_x だけを考える. 1層目の電場は式 (36) と同じである. ただし, 1層目の導電率 σ_{x1} を用いて, α, β が次式となる.

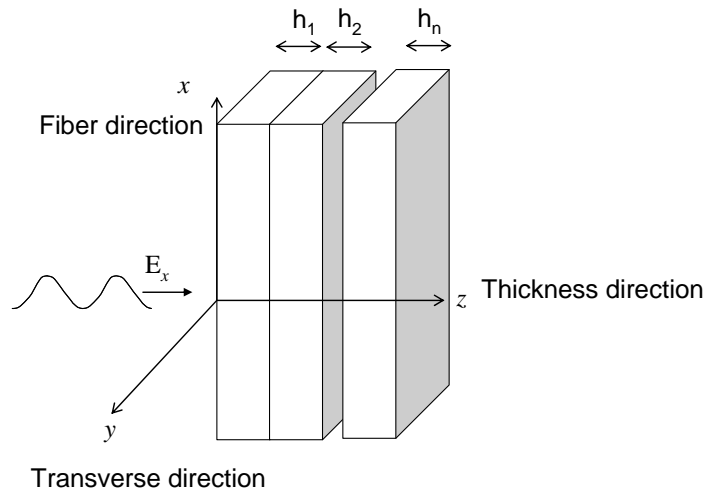


Fig. 2 Simple model of uniform electric current in a laminated conductive slab

$$\alpha_1 = \sqrt{\frac{\mu_0 \sigma_{x1}}{2\omega}}, \quad \beta_1 = \sqrt{\frac{\mu_0 \sigma_{x1} \omega}{2}} \quad (39)$$

電場の x 方向成分は界面で連続性を持つので、 $z=h_1$ とした式 (36) の解が第 2 層目の入力電場となる。

$$E_x = E_0 e^{-j\omega(t-\alpha_1 h_1)} e^{-\beta_1 h_1} \quad (40)$$

式 (39) において、時間と振幅、座標 z を次式で置き換える。

$$\begin{aligned} t_1 &= t - \alpha_1 h_1 \\ E_1 &= E_0 e^{-\beta_1 h_1} \\ z_1 &= z - h_1 \end{aligned} \quad (41)$$

式 (41) 変数変換をしても式 (32) の偏微分方程式は変わらないので、解も変わらないで次式となる。

$$E_x = E_1 e^{-j\omega(t_1 - \alpha_2 z_1)} e^{-\beta_2 z_1} \quad (42)$$

ここで

$$\alpha_2 = \sqrt{\frac{\mu_0 \sigma_{x2}}{2\omega}}, \quad \beta_2 = \sqrt{\frac{\mu_0 \sigma_{x2} \omega}{2}} \quad (43)$$

同じように考えて、 n 層目の入力電場となる $n-1$ 層の出力が次式で表されるとする。

$$\begin{aligned} t_n &= t - \alpha_{n-1} h_{n-1} \\ E_n &= E_{n-1} e^{-\beta_{n-1} h_{n-1}} \\ z_n &= z_{n-1} - h_{n-1} \end{aligned} \quad (44)$$

この入力に対する n 層目内の電場の解は次式となる。

$$E_x = E_n e^{-j\omega(t_n - \alpha_n z_n)} e^{-\beta_n z_n} \quad (45)$$

ここで、

$$\alpha_n = \sqrt{\frac{\mu_0 \sigma_{xn}}{2\omega}}, \quad \beta_n = \sqrt{\frac{\mu_0 \sigma_{xn} \omega}{2}} \quad (46)$$

$$E_n = E_0 e^{-\beta_1 h_1} e^{-\beta_2 h_2} \dots e^{-\beta_{n-1} h_{n-1}} \quad (47)$$

ここで、 n 番目の層内で E_0 が $1/e$ に減衰したとすると、表皮効果厚さ δ_n は次式の解として得られる。

$$\sum_{m=1}^{n-1} \beta_m h_m + \beta_n \left(\delta_n - \sum_{m=1}^{n-1} h_m \right) = 1 \quad (48)$$

各層が十分に薄い場合、次式を満足する層番号 n を求めることで近似的に直交積層板の交流負荷時の表皮効果厚さ δ_n が求められる。

$$\begin{aligned} 1 &\geq \sum_{m=1}^n \beta_m h_m = \sqrt{\frac{\mu_0 \omega}{2}} \sum_{m=1}^n \sqrt{\sigma_{xm}} h_m \\ \delta_n &\approx \sum_{m=1}^n h_m \end{aligned} \quad (49)$$

5. 一般の積層板の表皮効果厚さ

繊維方位や繊維直交方位以外の方位に電流が負荷される場合、先に述べたように式 (29)、(30) の連立偏微分方程式となり、一般解を求めることは難しい。しかし、各層が十分に薄いとすれば、直交する繊維角度の2層をカップリングして2倍の厚さの面内等方向性の層とみなすことで近似的に表皮効果厚さを評価できる。

例えば、[45/0/-45/90/.....]s という積層板を考える。外側第1層の45°層と第3層の-45°層をカップリングさせ、第2層の0°層と第4層の90°層をカップリングさせる。近傍の層であれば、電場の差異は小さいので、同じ電場の大きさであると近似的に考える。式 (29) から、45°層と-45°層を図3に示すようにカップリングさせた層の導電率は次式で与えられ、2倍の厚さの面内等方向性板となる。

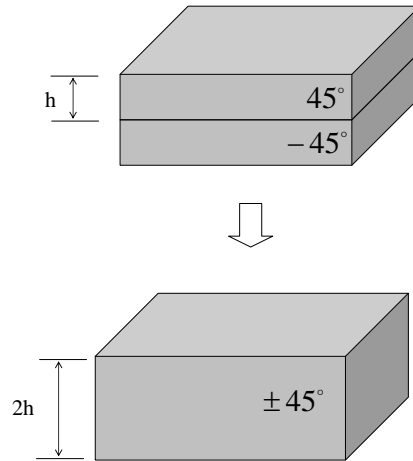


Fig. 3 A coupled unit ply of two off-axis plies

$$\sigma_{\xi\xi} = \sigma_{\eta\eta} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \quad (50)$$

$$\sigma_{\xi\eta} = \sigma_{\eta\xi} = 0$$

実際には、繊維方位の導電率 σ_x が繊維直交方位の導電率 σ_y より著しく大きいので⁽¹⁾、式 (50) は次式となる。

$$\sigma_{\xi\xi} = \sigma_{\eta\eta} \approx \frac{\sigma_x}{2} \quad (51)$$

$$\sigma_{\xi\eta} = \sigma_{\eta\xi} = 0$$

0°層と90°層をカップリングさせても同じである。

この近似解析手法を用いれば、CFRP積層板の表皮効果厚さは次式で与えられる。

$$\delta_a \approx 2 \sqrt{\frac{1}{\mu_0 \sigma_x \omega}} \quad (52)$$

つまり、繊維方位の導電率を用いた評価値よりもおよそ $\sqrt{2}=1.4$ 倍だけ厚いことになり、板厚方位の導電率には無関係である。

6. 異方性の影響との比較

これまでの表皮効果厚さの評価は、 ω を0に漸近させることで直流(δ_a が無限大)となる。この解は、電場が厚さ方位に均一な場合を表している。つまり、直流では板厚方位に電場が変化しない均一な電流の場合において、負荷電場を交流とすることで誘導電流によって導体内部を流れる電流が減衰することを表皮効果は示している。

しかし、CFRP積層板においては、板厚方向の導電率が繊維方位と比較して著しく小さいために、電流負荷点から離れた点でも均一な電流場が得られにくい⁽⁴⁾。これを異方性に起因する電

流の表皮効果としてここで定義する．そこで，交流の影響による表皮効果厚さ δ_a と異方性導電率による電流の表皮効果厚さ δ_d を比較検討する．

0° 一方向の厚板に電流が表面から負荷される場合を考える．電極間中央における電流密度が $1/e$ となる表面からの深さを異方性導電率による電流の表皮効果厚さ δ_d とする．電極間隔としては，航空機構造の金属部品間隔を想定し，50cm, 1m, 2m の 3 通りの場合を想定する．CFRP の導電率としては最近の航空機用の高靱性 CFRP である IM600/133 の値を用いる．これは層間に樹脂リッチ層があり，導電率異方性が非常に大きい．これを表 1 に示す⁽¹⁾．

Table 1 Electric conductance of IM600/133
(S/m)

σ_x (fiber)	σ_y (transverse)	σ_z (thickness)
36000	1.15	0.0018

一方向材の 2 電極間の直流電流の場合の電流密度 i_x は完全流体のポテンシャル流の解析から次式で得られる⁽⁴⁾．ただし，ここで，電極間距離が $2a$ ，負荷電流が I である．

$$i_x = \frac{I}{\pi\sqrt{\sigma_x\sigma_z}} \left\{ \frac{x+a}{\frac{(x+a)^2}{\sigma_x} + \frac{z^2}{\sigma_z}} - \frac{x-a}{\frac{(x-a)^2}{\sigma_x} + \frac{z^2}{\sigma_z}} \right\} \quad (53)$$

最も電極から離れた点は電極間中央である $x=0$ の場所であるので，式 (53) から次式が得られる．

$$i_x = \frac{2aI\sqrt{\sigma_x\sigma_z}}{\pi(\sigma_z a^2 + \sigma_x z^2)} \quad (54)$$

表面の電流密度 ($x=0$) と表面から z だけ離れた位置の電流密度の比 Δ は次式で得られる．

$$\Delta = \frac{\frac{2aI\sqrt{\sigma_x\sigma_z}}{\pi(\sigma_z a^2 + \sigma_x z^2)}}{\frac{2aI\sqrt{\sigma_x\sigma_z}}{\pi\sigma_z a^2}} = \frac{\sigma_z a^2}{\sigma_z a^2 + \sigma_x z^2} \quad (55)$$

Δ が e^{-1} となる表面からの深さ z が異方性導電率による電流の表皮効果厚さ δ_d であるから，次式で得られる．

$$\delta_d = \sqrt{e-1} \sqrt{\frac{\sigma_z}{\sigma_x}} a \approx 1.311 \sqrt{\frac{\sigma_z}{\sigma_x}} a \quad (56)$$

表 1 の IM600/133 では，式 (56) は次式となる．

$$\delta_d = 0.3a \times 10^{-3} [m] \quad (56)$$

式 (56) から， $2a=0.5m, 1m, 2m$ のとき，異方性導電率による電流の表皮効果厚さは， $\delta_d=0.075mm, 0.15mm, 0.3mm$ である．

式 (38) で計算される 0° 一方向材の交流による表皮効果 δ_a を図 4 に示す．図中で，横軸は交流周波数の対数であり，縦軸は表皮効果厚さ $\delta_a(mm)$ である．負荷交流が 1MHz においても表皮厚さは 2.65mm である．

通常の航空機構造では 2m 程度で金属ファスナーなどがあるため，2m の程度を考えると，直流電流の表皮厚さは $\delta_d=0.3mm$ であり，これと同じ表皮効果を持つ交流周波数は 80MHz にもなる．500kHz の交流周波数で交流表皮厚さ δ_a は 3.8mm の程度であり，雷撃電流の数百 μsec から数 msec オーダーの交流電流では，交流電流の表皮効果で表面付近に電流が集中して流れる厚さ

よりも導電率異方性による電流の表面付近に集中する厚さの方がはるかに小さく、異方性による表皮効果の影響がはるかに大きいことがわかる。

著者の導電率の積層理論で示した文献⁽⁵⁾に示したように、CFRP 積層板の導電率解析には、板厚方向に均一な電場が得られている薄板と考えると積層板の導電率を求める薄板近似と、板厚方向に電場が分布していると考え、直電電流の解析結果から電場分布を近似して解く厚板積層理論がある。

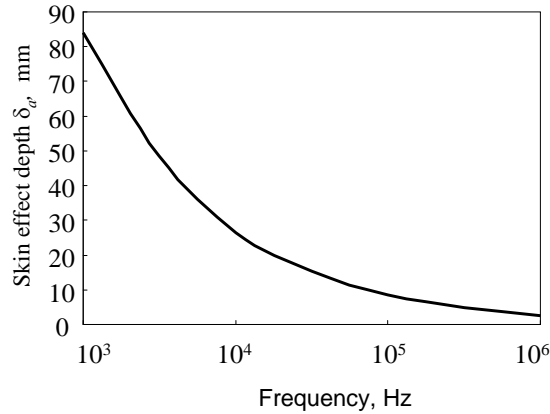


Fig. 4 Skin effect depth of IM600/133 in the fiber direction

前述の表皮効果の比較結果からわかるように、異方性導電率による直流電流の表皮効果厚さを無視して薄板積層理論を用いて準定常電流解析をして CFRP 積層板の交流電流解析をすると、電流計算の誤差が大きくなる可能性があることがわかる。言い換えると、薄板積層理論を用い、Maxwell の方程式を解いて誘導電流の影響を解析する準定常流解析よりも、むしろ導電率の異方性を考慮した直流電流解析に基づく厚板の積層理論を用いて電流密度分布を解析すれば十分であることがわかる。

参考までに、航空機用でない 130°C 硬化の汎用 CFRP の導電率⁽¹⁰⁾を用いると、式 (56) は次式となる。

$$\delta_d \approx 1.311 \sqrt{\frac{3.3}{4100}} a = 0.0372a [m] \quad (57)$$

電極間隔 $2a=2$ (m) の時、異方性導電率による直流電流の表皮効果厚さは $\delta_d=37.2$ (mm) である。500kHz の時の交流電流の時、式(38)の交流の表皮効果厚さ $\delta_a=11.1$ (mm)となり、 δ_d よりも小さい。この汎用 CFRP の交流の表皮効果厚さを図 5 に示す。

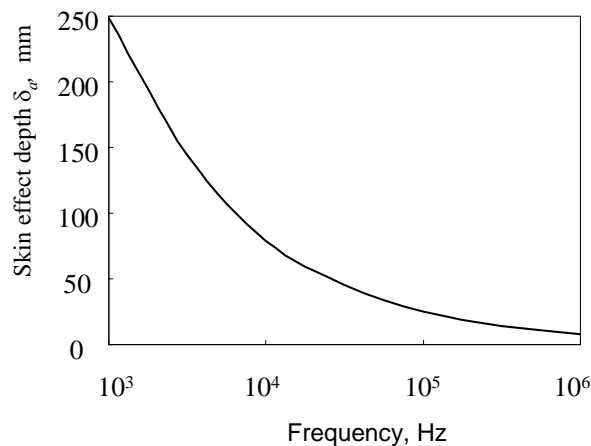


Fig. 5 Skin effect depth of widely used CFRP in the fiber direction

電極間隔が $2a=50\text{cm}$ の時には、 $\delta_d=9.3(\text{mm})$ であり、異方性導電率による電流の表皮効果厚さの方が交流による表皮効果厚さより小さい。つまり、汎用 CFRP では、電極間隔が 50cm よりも大きい場合には準定常電流解析を用いて電磁誘導の影響を考慮する必要があるが、 50cm よりも小さければ定常電流解析でよい。これは板厚方位の導電率異方性が IM600/133 よりも汎用 CFRP では小さいためである。

7. 結 論

以上、CFRP 積層板に交流電流を負荷する場合の準定常流解析を実施して CFRP の表皮効果厚さを求めた。さらに、異方性導電率による直流電流の表皮効果厚さと比較した。得られた結果をまとめると以下の通りである。

- (1) 一方向 CFRP の表皮効果厚さは金属材料の表皮厚さの式に導電率に繊維方位または直交方位の導電率を代入することで得られる。
- (2) CFRP 直交積層板の表皮効果厚さを求める式が得られた。
- (3) 一般的 CFRP 積層板の表皮効果厚さの概略値を求める式が得られた。
- (4) 樹脂リッチ層のある高靱性 CFRP では、数百 k Hz までの交流に対して、直流電流の解析式から得られる異方性を考慮した厚板積層理論が有効である。
- (5) 汎用 CFRP 積層板では、電流間隔が短い場合だけ直流電流の解析式から得られる異方性を考慮した厚板積層理論が有効である。

参考文献

- (1) 平野義鎮, 勝俣慎吾, 岩堀豊, 轟章, 模擬雷撃を加えた CFRP 積層板の損傷挙動, 日本複合材料学会誌, 35, 4 (2009), pp.165-174.
- (2) 小笠原俊夫, 平野義鎮, 吉村彰記, 模擬雷撃を受ける炭素繊維複合材料の熱-電気連成解析, 日本航空宇宙学会論文集, 57, 667, (2009), pp.336-343
- (3) Paolo Feraboli, Mark Miller, Damage resistance and tolerance of carbon/epoxy composite coupons subjected to simulated lightning strike, Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 40, 6-7, (2009), pp.954-967.
- (4) 轟章, 完全流体のポテンシャル流を用いた CFRP の電流解析手法, 日本航空宇宙学会論文集, 59, 688, (2011), pp.132-139.
- (5) 轟章, CFRP の導電率の積層理論, 日本航空宇宙学会論文集, 59, 692, (2011), pp.252-257.
- (6) A.M. Clogston, Reduction of skin-effect loss by the use of laminated conductors, Proceedings of the I.R.E., 39, 7, (1951), pp.767-782.
- (7) Loutis A. Pipes, Matrix theory of Skin effect in Laminations, J. of the Franklin Institute, 262, 2, (1956), p.127-138.
- (8) Xavier E. Gros and Kiyoshi Takahashi, Monitoring Delamination Growth In CFRP Materials Using Eddy Currents, Nondestructive Testing and Evaluation, 15,2, (1998), pp.65-82.
- (9) T.A. Ezquerro, M.T. Connor, S.Roy, M.Kulescza, J.Fernandes-Nascimento, F.J.Balta-Calleja, Alternating-current electrical properties of graphite, carbon-black and carbon-fiber polymeric composites, Composites Sciences and Technology, 61, 6, (2001), pp.903-909.
- (10) Akira Todoroki, Yuusuke Samejima, Yoshiyasu Hirano, Ryosuke Matsuzaki and Yoshihiro Mizutani, Electrical Resistance Change of Thick CFRP Laminate for Self-Sensing, Journal of Solid Mechanics and Materials Engineering, 4,6 (2010) pp.658-668.