

GAを用いた複合材料の積層構成最適化 における応答曲面の実験計画法

轟 章^{*1}, 石川哲也^{*2}

Design of Experiments for Response Surfaces of Stacking Sequence Optimizations using Genetic Algorithm

Akira TODOROKI and Tetsuya ISHIKAWA

Designs of experiments to obtain approximate response surfaces of laminated composites are described in the present study. For genetic algorithms for stacking sequence optimizations, a large number of evaluations require high computational cost, and the evaluation cost can be reduced by approximation with response surfaces. For the response surface of stacking sequence optimizations, lamination parameters are adopted as variables of the entire design space instead of the ply angles. In the present study, a new method of design of experiments is proposed and investigated in detail. For most of the analysis tools, stacking sequences are the demanded input data and lamination parameters can not be applied directly. Therefore, in the present study, lamination D-optimal design is proposed and applied to the stacking sequence optimizations of the problem of maximization of buckling load of a composite cylinder. The new design of experiment is a set of stacking sequences selected from the candidate stacks using a D-optimal design. As a result, the lamination D-optimal design is shown to be effective for the design of experiments of the response surfaces.

Key Words : Design of Experiments, Genetic Algorithm, Optimum Design, Composites, response Surface, Recessive Gene, Buckling, Lamination Parameter, Stacking Sequence

1. 緒言

一方向プリプレグを多方向に積層して作成する複合材料積層板では、積層構成の最適化が必要である^{(1)~(3)}。複合材料積層構造では、積層される繊維配向角が数種に限定されるため、積層構成最適化は組合せ最適化問題となる。最近、組合せ最適化問題の解析手法として遺伝的アルゴリズム(GA)が注目されており、GAによる積層構成最適化が実施されている^{(4)~(9)}。

著者らの一人は前報にてGAの設計コスト低減、解析プログラムとGAとの間の簡単なインターフェース作成を目的として、応答曲面法に着目した⁽¹⁰⁾。積層パラメータを設計変数として設計空間の応答を求め、後に積層構成を設計変数としたGAで応答曲面を評価関

数として用いて積層構成の最適化を実施している。積層パラメータを応答曲面の設計変数に採用することで、応答曲面作成時の解析点が少数となり、また設計空間も連続になるという利点を有する。応答曲面を用いて評価関数の応答を近似し、FEM解析ツールとGAの間のインターフェースとすることによって、GAの設計コスト低減し、GAアルゴリズムとFEMなどの解析アルゴリズムを分離することが可能となる。

前報では、面外積層パラメータ空間だけの矩形平板の座屈問題を取り扱った⁽¹⁰⁾。しかし、実構造では面外積層パラメータだけでなく面内積層パラメータも関連する複雑な構造が多く用いられる。面内積層パラメータと面外積層パラメータは互いに独立な変数ではなく、その従属関係は詳細には不明である。そのため、これらを独立変数として扱ってD最適基準で実験点を選択すると実現不可能な点が採択され、また実際の解析ツールでは積層パラメータを入力するよりもむしろ積層構成を入力するため、実験計画で採択された点が解析不可能に成る危険性を有している。

*平成 11 年 8 月 日受付

〒152-8552 目黒区大岡山 2-12-1

*1 東京工業大学 工学部

E-mail: atodorok@ginza.mes.titech.ac.jp

*2 東京工業大学大学院

そこで、本研究では、積層構成を解析ツールの入力データとして扱うことを想定し、実現可能な積層構成の中からD最適基準で実験点を選択する積層板D最適基準を提案し、面内と面外の積層パラメータを設計に要する簡単な例題である積層円筒の座屈問題に適用し、正答と比較することでその有効性を検証した。

2. 積層円筒殻の解析

本研究で解析対象とした円筒殻を図1に示す。本研究では正答が容易に確認でき、面内と面外の両積層パラメータを最適化に必要とする構造として円筒殻を選択した。

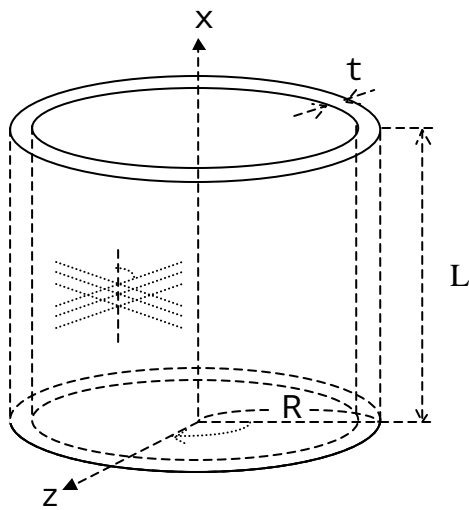


Fig.1 Cylindrical coordinates

軸方向x，円周方向，半径方向zとする。半径R，殻長L，板厚tであるN層積層のCFRP円筒殻について各プライの層厚さがすべてhで等しいとすると、両端単純支持条件の直交異方性プライCFRP円筒殻の軸圧縮応力 \bar{N}_x/t はTasiの基礎式より次式で与えられる¹¹⁾。

1)軸対称座屈 $m=1, n=0$ の場合

$$\left(\frac{\bar{N}_x}{t}\right)_s = \frac{2}{Rt} \sqrt{\frac{d_{11}}{a_{22}}} \left(\sqrt{1 + \frac{b_{12}^2}{a_{22}d_{11}}} + \frac{b_{12}}{\sqrt{a_{22}d_{11}}} \right) \quad (1)$$

2)非軸対称座屈 $n \neq 0$ の場合

$$\left(\frac{\bar{N}_x}{t}\right)_\mu = \frac{1}{Rt} \sqrt{\frac{d_{22}}{a_{11}}} \left[\Phi_1 + \frac{(\Phi_3 + \sqrt{\Phi_1\Phi_2 + \Phi_3^2})^2}{\Phi_2} \right] \sqrt{\Phi_1\Phi_2 + \Phi_3^2} \quad (2)$$

$$\text{ここで, } \Phi_1 = \frac{a_{11}d_{11}}{a_{22}d_{22}} m^4 + 2 \frac{d_{12} + 2d_{66}}{\sqrt{d_{11}d_{22}}} \sqrt{\frac{a_{11}d_{11}}{a_{22}d_{22}}} m^2 + 1$$

$$\Phi_2 = m^4 + 2 \frac{a_{12} + 0.5a_{66}}{\sqrt{a_{11}a_{22}}} m^2 + 1$$

$$\Phi_3 = \frac{b_{12}}{a_{22}} \sqrt{\frac{a_{11}}{d_{22}}} m^4 + 2 \frac{\{0.5(b_{11} + b_{22}) - b_{66}\}}{\sqrt{a_{22}d_{22}}} m^2 + \frac{b_{21}}{\sqrt{a_{11}d_{22}}}$$

$$m^2 = \frac{l^2}{n^2} \sqrt{\frac{a_{22}}{a_{11}}}, \quad l = \frac{mpR}{L}$$

ただし、 a_{ij} 、 b_{ij} 、 d_{ij} は複合材料弾性マトリックスのコンプライアンスマトリックスの各成分、 m は座屈モードの軸方向半波数、 n は周方向波数である。

座屈応力としては、軸対称座屈の値と非軸対称座屈の値を比較し、両者のうち低い値を示す方を限界座屈応力として採用した。非軸対称座屈の場合の座屈解析では、 m, n を1~20の範囲で変化させ、最小値探索を実施した。 $m=1, n=20$ の時には $m=0$ として解析した値と比較し、小さい方の値を座屈応力として採用した。なお、Tasiの式は各層が直交異方性であることが必要であり、本研究では設計信頼性向上の確認のために近似的に用いている。本研究では解の正答を確認する目的で16層対称積層円筒を解析対象とした。

3. 積層パラメータ

対称でアングルプライ数のバランスした積層板の面内剛性マトリックスの各成分は次式で表される。式の剛性マトリックス成分の添え字は文献[12]と同じである。

$$\begin{aligned} A_{11}^* &= U_1 + U_2 V_1^* + U_3 V_2^* \\ A_{22}^* &= U_1 - U_2 V_1^* + U_3 V_2^* \\ A_{12}^* &= U_4 - U_3 V_2^* \\ A_{66}^* &= U_5 - U_3 V_2^* \end{aligned} \quad (3)$$

$$A_{ij}^* = A_{ij}/h$$

ここで、 U_i は材料特性値に依存する量で、 V_1^* 、 V_2^* は面内積層パラメータであり、積層板中の配向角の割合だけに依存する量である。

$$\begin{aligned} V_1^* &= \frac{2}{h} \int_0^{h/2} \cos 2z \, dz \\ V_2^* &= \frac{2}{h} \int_0^{h/2} \cos 4z \, dz \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} U_1 &= \frac{1}{8}(3Q_{11} + 3Q_{22} + 2Q_{12} + 4Q_{66}) \\ U_2 &= \frac{1}{2}(Q_{11} - Q_{22}) \\ U_3 &= \frac{1}{8}(Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 4Q_{66}) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} U_4 &= \frac{1}{8}(Q_{11} + Q_{22} + 6Q_{12} - 4Q_{66}) \\ U_5 &= \frac{1}{8}(Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} + 4Q_{66}) \end{aligned}$$

Qは異方性弾性係数から次式で定義される。

$$\begin{aligned} Q_{11} &= \frac{E_1}{1 - n_{12}n_{21}}, \quad Q_{22} = \frac{E_2}{1 - n_{12}n_{21}} \\ Q_{12} &= \frac{n_{12}E_2}{1 - n_{12}n_{21}} = \frac{n_{21}E_1}{1 - n_{12}n_{21}}, \quad Q_{66} = G_{12} \end{aligned} \quad (6)$$

ここで、 E_1 は繊維方位の弾性率、 E_2 は繊維に直角方位の弾性率、 ν_{12} は主ポアソン比、 ν_{21} は従ポアソン比、 G_{12} はせん断弾性係数である。

積層板の曲げ剛性は次式で表される。

$$\begin{aligned} D_{11}^* &= U_1 + U_2 W_2^* + U_3 W_2^* \\ D_{22}^* &= U_1 - U_2 W_1^* + U_3 W_2^* \\ D_{12}^* &= U_4 - U_3 W_2^* \\ D_{66}^* &= U_5 - U_3 W_2^* \\ D_{16}^* &= U_2 W_3^*/2 + U_3 W_4^* \\ D_{26}^* &= U_2 W_3^*/2 - U_3 W_4^* \\ D_{ij}^* &= D_{ij}^* 12/h^3 \end{aligned} \quad (7)$$

ここで、 $W_1^*, W_2^*, W_3^*, W_4^*$ は面外積層パラメータであり、積層の配向角度とその積層順序にだけ依存する量である。

$$\begin{aligned} W_1^* &= \frac{12}{h^3} \int_{-h/2}^{h/2} z^2 \cos 2q \, dz \\ W_2^* &= \frac{12}{h^3} \int_{-h/2}^{h/2} z^2 \cos 4q \, dz \\ W_3^* &= \frac{12}{h^3} \int_{-h/2}^{h/2} z^2 \sin 2q \, dz \\ W_4^* &= \frac{12}{h^3} \int_{-h/2}^{h/2} z^2 \sin 4q \, dz \end{aligned} \quad (8)$$

対称積層板でアングルプライがバランスしていても式(8)の W_3^*, W_4^* はゼロではないので曲げ-ねじりカップリング剛性 D_{16}^*, D_{26}^* は一般にゼロではない。繊維配向角度を $0^\circ, \pm 45^\circ, 90^\circ$ だけに限定しても、式(8)から W_4^* がゼロになるが、 W_3^* はゼロではない。

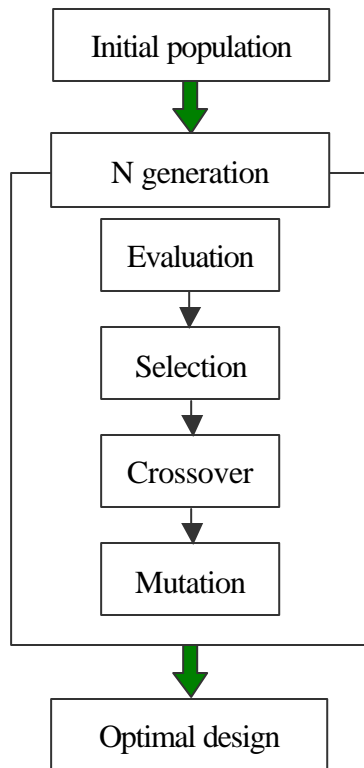


Fig.2 Flow of genetic algorithm

4. GA へのインプリメント

4.1 複合材料積層構成最適化 GA

GAは初期集団から各個体に評価、選択、交叉、突然

変異という操作を行い、適応度の高い個体を次世代に複製することによって、最適化を行う手法である。流れ図を図 2に示す。GAパラメータは参考文献[10]と同じ値を用いた。

本研究では、各個体の適応度評価を行う目的関数を各個体の座屈荷重とすることが望ましい。しかし、式(1),(2)で与えられる座屈応力は直交異方性体を仮定した結果であるため、解の直交異方性近似の適切性を評価する必要がある。その指標として、以下に示す2つのパラメータを用いた。

$$g = \frac{D_{16}^*}{(D_{11}^* D_{22}^*)^{1/4}}, \quad d = \frac{D_{26}^*}{(D_{11}^* D_{22}^*)^{1/4}} \quad (9)$$

この g, d が0.2よりも小さい場合には、直交異方性近似することができる¹³⁾。そこで、GAにおける目的関数 f を以下のように定義する。

$$f = \min \left(\frac{N_x/t}{1+a+b} \right) \quad (10)$$

ここで、 a, b はそれぞれ 0.2, 0.2 の場合に a, b の値を取るペナルティーであり、直交異方性近似することが不適当である場合にはペナルティーにより適応度を低くする。このように直交異方性近似の適切性に応じてペナルティーを与えることによって、直交異方性近似することが不適切である積層構成は淘汰され、直交異方性近似することが適切である積層構成だけが集団中に生存することとなる。

2.2 GA への拘束条件導入法

本研究では繊維配向角として代表的な $0^\circ, \pm 45^\circ, 90^\circ$ から成る16層対称積層円筒殻を解析対象とし、以下の2種の拘束条件を導入した。成形法によってはこれ以外の繊維配向も可能であり、ここでは簡単のためこの4種類に限定し、最適解との比較検討のため16層対象積層とした。

- (1) 同一繊維配向角層が4層を超えて連続しない。
(4層ルール)
- (2) 45° 層と -45° 層の数が一致する。
(バランスルール)

拘束条件(1)は巨大マトリックス割れ防止が目的である。拘束条件(2)は垂直応力-せん断カップリング抑制が目的である。さらに本研究では、式(10)のペナルティー導入によって、曲げ-ねじりカップリングを防止している。

本研究では設計信頼性低下を防止し、最適化コストを増加させない拘束条件導入法として、劣性遺伝子の遺伝子補修法を適用した。詳細は参考文献[14][15]を参考されたい。

5 . 応答曲面法

応答曲面法は影響因子を用いた応答の近似式を求めするために適用される．応答曲面は多項式に限定されないが，簡単のために多項式が多く選択される．2次多項式を選択した場合，次式のように表される．

$$y = \mathbf{b}_0 + \sum_{i=1}^n \mathbf{b}_i x_i + \sum_{i=1, j \geq i}^n \mathbf{b}_{ij} x_i x_j \quad (11)$$

本研究では，積層円筒の座屈荷重を応答として，積層構成を設計変数とする．各層の繊維配向角を直接変数とした場合，多層積層板では設計変数が積層数の増大に伴い増加し，応答曲面の項数が膨大になること，また繊維配向角を設計変数とすると多峰性問題となること⁽¹⁶⁾から本研究では積層パラメータ V_1^* , V_2^* , W_1^* , W_2^* を設計変数として座屈荷重応答を求めた．

$$\mathbf{I}_{cr} = \overline{N}x/t = \mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_1 V_1^* + \mathbf{b}_2 V_2^* + \mathbf{b}_3 W_1^* + \mathbf{b}_4 W_2^* + \mathbf{b}_5 V_1^{*2} + \mathbf{b}_6 V_2^{*2} + \mathbf{b}_7 W_1^{*2} + \mathbf{b}_8 W_2^{*2} \quad (12)$$

$$+ \mathbf{b}_9 V_1^* V_2^* + \mathbf{b}_{10} V_1^* W_1^* + \mathbf{b}_{11} V_1^* W_2^* +$$

$$\mathbf{b}_{12} V_2^* W_1^* + \mathbf{b}_{13} V_2^* W_2^* + \mathbf{b}_{14} W_1^* W_2^*$$

ここで $y = \mathbf{I}_{cr}$, $x_1 = V_1^*$, $x_2 = V_2^*$, $x_3 = W_1^*$, $x_4 = W_2^*$

$$x_5 = V_1^{*2}, x_6 = V_2^{*2}, x_7 = W_1^{*2}, x_8 = W_2^{*2},$$

$$x_9 = V_1^* V_2^*, x_{10} = V_1^* W_1^*, x_{11} = V_1^* W_2^*, x_{12} = V_2^* W_1^*,$$

$$x_{13} = V_2^* W_2^*, x_{14} = W_1^* W_2^* \text{ と置換すると次式になる .}$$

$$y = \mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_1 x_1 + \mathbf{b}_2 x_2 + \mathbf{b}_3 x_3 + \mathbf{b}_4 x_4 + \mathbf{b}_5 x_5 + \mathbf{b}_6 x_6 + \mathbf{b}_7 x_7 + \mathbf{b}_8 x_8 + \mathbf{b}_9 x_9 + \mathbf{b}_{10} x_{10} + \mathbf{b}_{11} x_{11} + \mathbf{b}_{12} x_{12} + \mathbf{b}_{13} x_{13} + \mathbf{b}_{14} x_{14} \quad (13)$$

未知係数 \mathbf{b}_i ($i=1, \dots, 14$) は最小 2 乗法を用いて求められる． k 個 ($k > 15$) のデータ点とその評価値 (応答) y_i ($i=1, \dots, k$) が与えられている場合， p 個の変数の重回帰モデルは次式で表現される．

$$\mathbf{y} = \mathbf{X} \mathbf{b} + \mathbf{e} \quad (14)$$

$$\mathbf{y} = \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_k \end{Bmatrix} \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{k1} & x_{k2} & \cdots & x_{kp} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{b} = \begin{Bmatrix} \mathbf{b}_0 \\ \mathbf{b}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{b}_p \end{Bmatrix} \quad \mathbf{e} = \begin{Bmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{e}_k \end{Bmatrix}$$

ここで， \mathbf{y} は k 個の測定 (解析) された評価値 (応答) の列ベクトルである． \mathbf{X} は k 個の測定点の集合である．また，式(14)では $p=14$ である． \mathbf{b} は重回帰の係数のベクトルであり， \mathbf{e} は誤差のベクトルである．

最小二乗法から， \mathbf{b} の期待値は次式で表される．

$$\mathbf{b} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y} \quad (15)$$

与えられたデータ総数の範囲内で応答近似精度を最大化するため，このデータ点集合の選択の最適化が重要となる．このデータ点選択手法は実験計画と呼ばれている．

不規則形状または拘束条件がある場合の実験計画としては D 最適基準が多く用いられる．D 最適基準は y への 誤差の影響を最小化する⁽¹⁶⁾．

D 最適基準では，モーメントマトリックス \mathbf{M} の行列式を最大化する (例えば Myers と Montgomery¹⁷ 参照) ．

$$\mathbf{M} = \mathbf{X}^T \mathbf{X} / p \quad (16)$$

D 最適基準の判定基準パラメータとして，次式で定義される D 有効性 (D_{eff}) が用いられる．

$$D_{eff} = \frac{(\text{Det}[\mathbf{X}^T \mathbf{X}])^{1/p}}{k} \quad (17)$$

ここで， p は先に述べた変数の数である．全ての変数が -1 から 1 までの間に正規化されていれば， D_{eff} の最大値は 1 となる．このように実験に用いるデータ点集合の優劣は D_{eff} の値で比較できる．

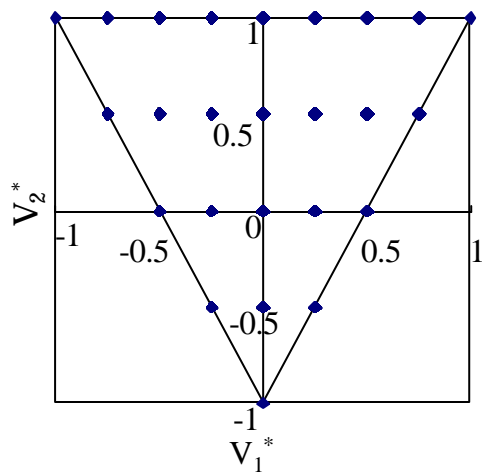
既報告⁽¹⁰⁾では，面外積層パラメータだけが関連する問題であり，2000個のデータ候補を面外積層パラメータ空間 (W_1^* , W_2^*) に均等に分布させ，その中から応答曲面の変数 (W_1^* , W_2^*) を 2 次多項式で近似した場合の未知係数 (6 個) の 2 倍の 12 個のデータからなる集合を SAS アプリケーションソフト JMP を用いて選択した．

本研究では，面内 (V_1^* , V_2^*)・面外 (W_1^* , W_2^*) の積層パラメータを扱うこと，および積層構成を入力情報とする解析ツールのための実験計画を目的としており，既報告の方法は実現不可能な積層パラメータ組み合わせを要求することがあり得るため，そのままでは適用できない．そこで，対称積層 16 層 (8 遺伝子) の実現可能な積層構成の全組み合わせ ($3^8 = 6561$ 通り) の中から D 最適基準で解析に用いる積層構成を求めた．これを積層板 D 最適基準と呼ぶことにする．

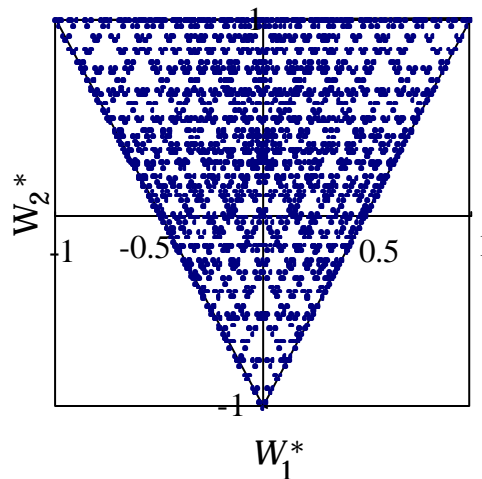
具体的には，0 から 6560 までの 10 進数の整数について，3 進数に変換後，45° 層のバランスルールだけを適用して劣性遺伝子的遺伝子補修によって積層構成にデコードし，その面内 (V_1^* , V_2^*) および面外 (W_1^* , W_2^*) の積層パラメータを計算した．これを図 3 に示す．図中の各点が実行可能な積層構成に対応している．この集合から積層パラメータベクトルの各成分の差異が 20% 以内の類似積層構成を消去した集合を作成した．その中から積層パラメータに関して D 最適基準で

Table 1 Selected stacking sequences by lamination D-optimal design

1	[0	0	0	0	0	0	0	0]	s
2	[0	0	0	0	0	0	45	-45]	s
3	[0	0	0	0	0	90	90	90]	s
4	[0	0	0	0	45	-45	45	-45]	s
5	[0	0	0	0	90	90	90	90]	s
6	[0	0	45	-45	45	-45	45	-45]	s
7	[0	0	45	-45	45	-45	90	90]	s
8	[0	0	90	90	45	-45	45	-45]	s
9	[0	0	90	90	90	90	90	90]	s
10	[0	45	-45	45	-45	90	90	90]	s
11	[0	90	0	90	90	90	0	0]	s
12	[0	90	90	90	90	90	45	-45]	s
13	[0	90	90	90	90	90	90	90]	s
14	[45	0	0	-45	0	45	0	-45]	s
15	[45	-45	0	0	0	0	0	0]	s
16	[45	-45	0	0	0	0	90	90]	s
17	[45	-45	0	0	0	90	90	90]	s
18	[45	-45	45	-45	0	0	0	0]	s
19	[45	-45	45	-45	45	-45	0	0]	s
20	[45	-45	45	-45	45	-45	45	-45]	s
21	[45	-45	45	-45	45	-45	90	90]	s
22	[45	-45	45	-45	90	90	90	90]	s
23	[45	-45	90	90	90	0	0	0]	s
24	[45	-45	90	90	90	90	90	90]	s
25	[90	0	0	0	0	0	0	0]	s
26	[90	45	-45	45	-45	0	0	0]	s
27	[90	45	-45	90	45	90	-45	90]	s
28	[90	90	0	0	0	0	0	0]	s
29	[90	90	0	0	0	0	45	-45]	s
30	[90	90	45	-45	45	-45	0	0]	s
31	[90	90	45	-45	45	-45	45	-45]	s
32	[90	90	90	90	0	0	0	0]	s
33	[90	90	90	90	45	-45	45	-45]	s
34	[90	90	90	90	90	90	0	0]	s
35	[90	90	90	90	90	90	45	-45]	s
36	[90	90	90	90	90	90	90	90]	s

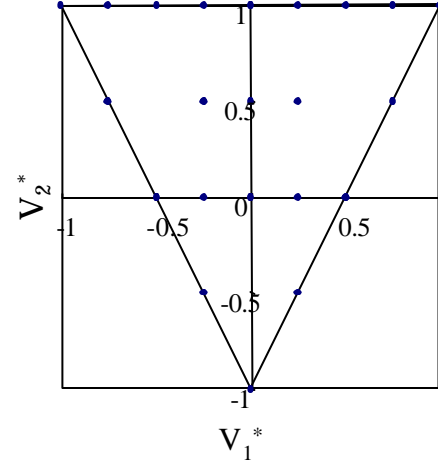


(a) In-plane lamination parameters

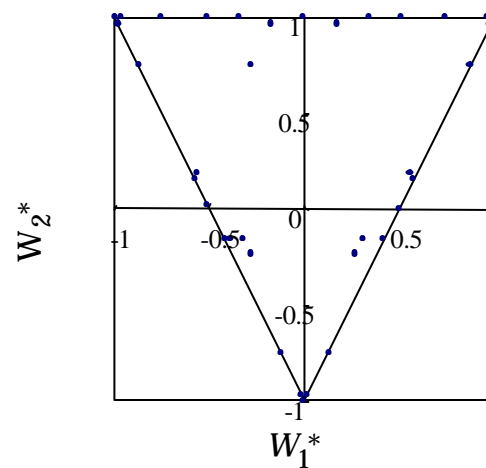


(b) Out-of-plane lamination parameters

Fig.3 Entire stacking sequences of 16 plies laminates
 応答曲面の未知係数の総数の2倍を越える程度の積層構成として36個選択した．選択した点を表1に示す．また，選択された点を積層パラメータ空間で図示して図4に示す．D最適基準で選択する場合，通常は境界上に多く点が選択される．ここでは多くの点が境界上にあるが，面内と面外の拘束により，いくつかの点が領域内に存在している．積層板D最適基準で選択された実験計画の D_{eff} は6.3%であり，既報告の面外積層パラ



(a) In-plane lamination parameters



(b) Out-of-plane lamination parameters

Fig.4 Selected stacking sequences by lamination D-optimal
 メータ空間の均一分散点からのD最適基準による選択時の $D_{eff} = 25.6\%$ と比較すると著しく低くなっている．積層板D最適基準では実現可能積層構成だけから選択しており，この D_{eff} の大きな差異から，単純な積層パラメータ上の候補点からのD最適の点の実現可能ではない場合が多いということが類推できる．

表1で選択された積層構成は16層（8遺伝子）の積層板に限定されるものではない．例えば，2N層（N

遺伝子)の積層板の最適実験計画は1プライの厚さ h_p を $N/8$ 倍したプライから作成された積層板と考えれば、同じ積層パラメータを有するため、ほぼD最適な実験計画となる。

面内積層パラメータに関しては、式(8)から明らかのように、繊維配向角度の全板厚に対する割合だけで決定されるため、 $N/8$ の厚さのプライの積層板は同じ面内積層パラメータとなることは明らかである。面外積層パラメータでは、 $t=2z/h$ の変数変換をすることによって、積分が全て板厚 h の中央から表面までの距離の割合で決定されるようになる。

$$\begin{aligned} W_1^* &= \frac{3}{2} \int_{-1}^1 t^2 \cos 2t \, dt \\ W_2^* &= \frac{3}{2} \int_{-1}^1 t^2 \cos 4t \, dt \end{aligned} \quad (18)$$

式(18)から、1プライの厚さが $N/8$ の積層板でも、 t は変化がないことから同じ面外積層パラメータを有していることがわかる。

16層対称積層板の実現可能な積層パラメータの全組み合わせを積層パラメータ空間上で表示した図3を参考に考える。図3(a)は面内積層パラメータ空間であり、図3(b)は面外積層パラメータ空間である。積層パラメータは、 $0^\circ, 90^\circ, \pm 45^\circ$ からなる積層板の場合、

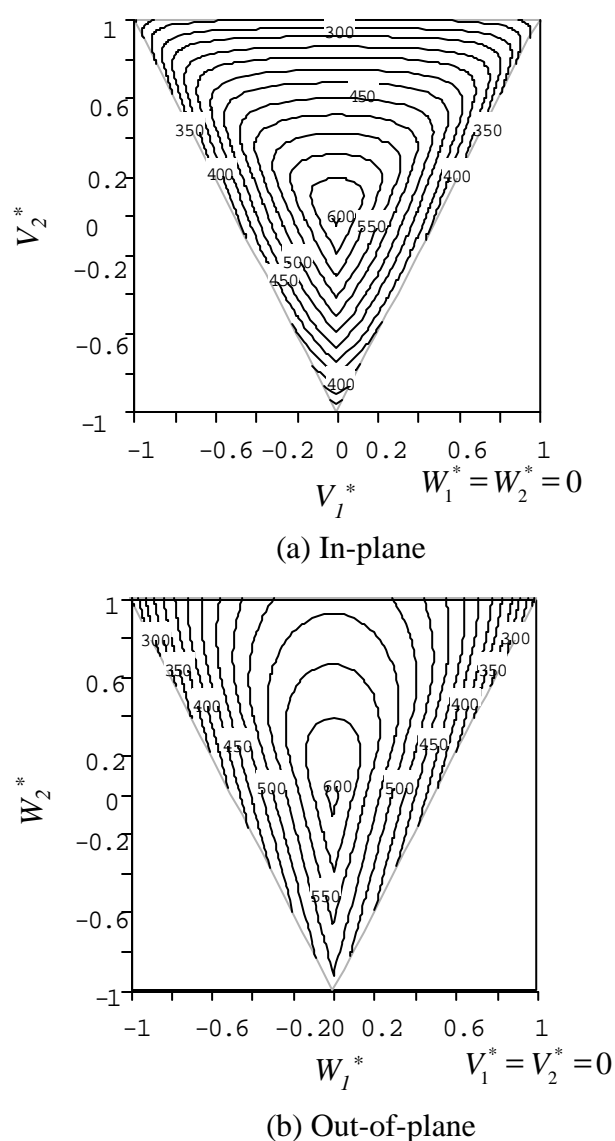


Fig 5 Contour plots of buckling load of composite cylinder

面内、面外ともに $(1,1), (1,-1), (-1,1)$ を頂点とする三角形の範囲が解の存在領域であり⁽¹⁰⁾、図からわかるように16層積層板の実現可能な積層構成の組み合わせは積層パラメータ空間の全体に分布されており、16層より層が増えた場合の積層構成による積層パラメータは、単にこれらの点間の点を増加させるだけである。つまり、積層数が増大しても積層パラメータ空間上では設計空間が変化することは無く、実現可能点の密度が増加するだけである。積層数が12層、20層の場合の積層板D最適で選択した積層構成の D_{eff} はそれぞれ6.2%、6.4%であり、両者にほとんど差異が無い。この結果から明らかのように D_{eff} の値は積層数の増大に対して大きな変化がない。つまり、16層の積層板D最適基準の実験計画は16層以上の任意の積層数の積層板の実験計画に用いることが可能である。

5. 解析結果と考察

積層円筒の座屈荷重は解析的に求めることが可能である。確認のため、多数点を解析し最適点を求めた。その結果、最適積層パラメータは $(V_1^*, V_2^*, W_1^*, W_2^*) = (0, 0, 0, 0)$ であった。最適積層パラメータを求めることができても、その積層パラメータを実現可能な積層構成は存在するとは限らないし、また最適積層パラメータから積層構成を求める問題は多峰性の組み合わせ最適化問題であり、容易ではなく、GAなどの手段を必要とする。

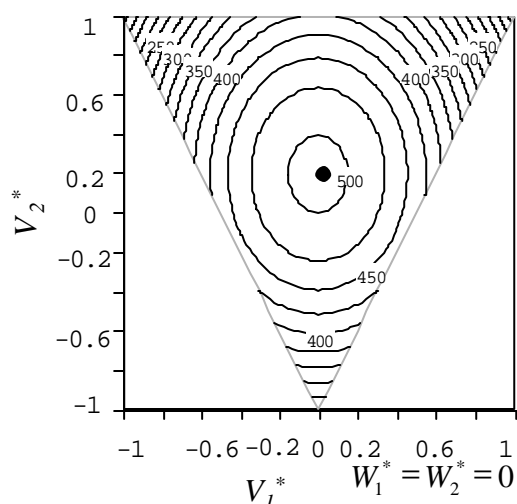
Table 2 Response surface coefficients

Coefficients	Estimated	t-statistics	Prob> t
0	499.8738	41.73	<.0001
2	63.8725	4.29	0.0002
5	-266.7378	-4.01	0.0004
7	340.3268	3.89	0.0005
9	-161.2503	-7.66	<.0001
12	-246.5467	-5.55	<.0001
14	-59.9900	-3.45	0.0017

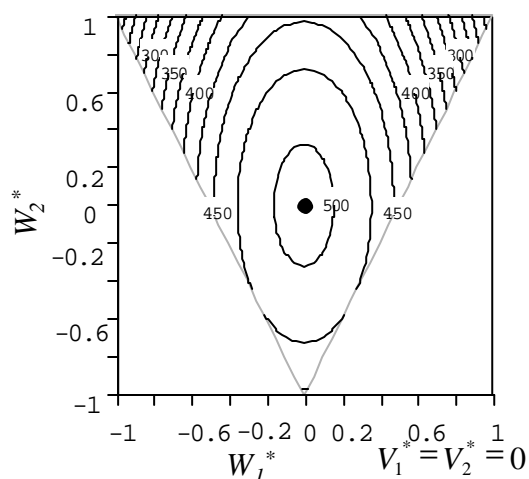
最適積層パラメータ近傍の実際の座屈荷重比の変化を等高線で図5(a),(b)に示す。図5(a)は面内積層パラメータに関する最適積層パラメータ近傍(面外積層パラメータ $W_1=W_2=0$)の結果であり、図5(b)は面外積層パラメータに関する最適積層パラメータ近傍(面内積層パラメータ $V_1=V_2=0$)の結果である。図から明らかのように、原点を頂点としてほぼ三角形の等高線が描かれている。

積層板D最適基準で選択した36点の解析結果から円筒の応答曲面を作成した。作成に際し、全ての項を含む2次多項式から近似に寄与しない変数をt検定で

一つずつ削除して最適な応答曲面を求めた（減少法）。得られた応答曲面係数とt検定の値を表2に示す。この応答曲面の自由度調整済み決定係数⁽¹⁰⁾ R_a^2 は0.904であり、残差平方和は31.95であった。このことからよく近似できていると判断される。



(a) In-plane



(b) Out-of-plane

得られた応答曲面の最適解近傍の応答を図6(a),(b)に示す。図6は図5と同様に、真の最適積層パラメータ周辺を示している。応答曲面に2次多項式を用いたため、最適積層パラメータ周囲に楕円形の等高線が描かれている。図から明らかなように、真の最適解近傍がほぼ正確に近似されていることがわかる。

この応答曲面の最適解は $(V_1^*, V_2^*, W_1^*, W_2^*) = (0, 0.1981, 0, 0)$ であり、最適解座標はややずれている。この応答曲面を評価関数に用いたGAにより、積層構成の最適設計を行った。その結果、得られた最適積層構成を表3に示す。得られた積層構成の積層パラメータは最適解と同じであり、総当りによって検証した結果、

表3の積層構成が正解であることを確認した。乱数の初期値を変えた100回の計算での正答率（Reliability）は100%であった。

以上の結果から、積層構成を入力する解析ツールを用いた最適設計においても、実現可能な16層（8遺伝子）の組み合わせからD最適基準で選択した実験計画（積層板D最適）を用いれば十分な精度で面内および面外の積層パラメータで記述される全積層構成の近似解を応答曲面で求めることが可能であることが明らかになった。本研究で示した積層板D最適の実験計画によって選択された積層構成は各層厚さを変化させても面内および面外の積層パラメータは変化しないことから、任意の積層数の実験計画として利用可能である。ただし、局所空間の精度向上の拡大応答曲面に関しては、その必要性の判定も含めて今後の課題である。

6. 結言

本研究では応答曲面を用いた積層構成最適化手法において、面内と面外の積層パラメータが関連する問題の場合、両者の関連が不明であり、従来の実験計画手法では実現不可能な積層パラメータの組み合わせが選択されること、実際の解析ツールでは積層パラメータではなく、積層構成を入力する機会が多いことから、実現可能な積層構成からD最適基準で選択した積層板D最適基準を提案した。積層板D最適基準は積層数に依存しない実験計画であり、16層を越える積層数のすべての場合に適用可能な優れた実験計画であることを示した。積層板D最適基準を面内および面外の積層パラメータを解析に必要とする積層円筒の座屈荷重最大化問題の応答曲面作成に適用してGAで最適積層構成を求め、有効性を実証した。

Table 3 Optimal stacking sequences obtained by GA with response surface

	Optimal stacking sequences	V_1^*	V_2^*	W_1^*	W_2^*	Reliability (%)
Lamination D-Optimal	$[45/0/90/-45/90/45/45/0]_s$	0	0	0	0	100
	$[45/90/0/-45/0/45/-45/90]_s$					

参考文献

- (1) M. Miki,ASTM STP, 864, (1985) 387.
- (2) H.Fukunaga and H. Sekine , AIAA J.,30(1992)2791.
- (3) 薄, 機論, A , 55,516(1989)1892.
- (4) R.Le Riche and R.T.Haftka , AIAA J.,31,(1993)951.
- (5) 轟, 渡辺, 小林, 機論, A , 60(1994) , 1266.
- (6) 福永, 関根, 日本航空宇宙学会誌, 42 , (1994)371.
- (7) 座古, ほか 3 名, 材料, 45 , 12(1996)1316.
- (8) 青木, 福嶋, 遼, 機論, A , 63 (1997) , 1028.
- (9) 太田, 成田, 引地, 第 7 回設計工学・システム部門講演会講演論文集(1997) , 234.
- (10) 轟, Haftka , 機論, A , 64(1998) , 1138
- (11) J.Tasi , AIAA J.,Vol.4,No.6(1966),1058.
- (12) 三木, 他 3 名, 「機械システム入門シリーズ 8 複合材料」,共立出版 , (1997)134.
- (13) M.P Nemeth , AIAA J.,24,11,(1986)1831.
- (14) 轟, Haftka , 機論, A , 64(1998) , 515.
- (15) 轟, 笹井, 機論, A, 65(1999) , 614 .
- (16) Grangadharan, S. Nagendra and Y. Fiocca, AIAA-97-1236, (1996)
- (17) R.H. Myers and D.C. Montgomery, “Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments”, John Wiley & Sons. Inc., (1995).