

残留応力場のき裂面部分接触の解析*

轟 章^{*1}, 小林 英男^{*1}

Analysis of Partial Fatigue Crack Surface Contact in Residual Stress Fields

Akira TODOROKI, Hideo KOBAYASHI

Fatigue crack growth rate in a residual stress field has been predicted by using the superposition technique. In this method, a residual SIF (stress intensity factor) is computed and, by taking into account a real stress ratio of the summation of applied and residual (real) SIFs, a fatigue crack growth rate is predicted. When a crack grows from a compressive residual stress field, however, it is necessary to compute a SIF due to partial crack surface contact. In our previous paper, this effect was discussed and simple method of computing the SIF was shown. In this paper, by using this method, we studied the effect more precisely for some specimen geometries and loading types. Results obtained are as follows; (1) When the specimen completely unloaded, the real SIF is not affected by specimen geometries. (2) Partial crack surface partial contact is affected by loading types. (3) The bending loading reduces the loading when the crack surfaces contact compared with the tensile stress. Moreover, the partial crack contact does not occur at a crack in the residual tensile stress field. (4) A notch induced in the specimens reduces the SIF of partial crack surface contact.

Key Words: Fatigue, Fracture Mechanics, Residual Stress, Crack Growth, Partial Crack Surface Contact

1. 緒言

溶接や熱処理、塑性加工などで生じた残留応力場を疲労き裂が進展する場合、疲労き裂進展速度に及ぼす残留応力の影響を定量的に考慮する必要がある。現在、重ね合わせの原理が適用されている^{(1)~(5)}。この評価方法では、初期残留応力場(き裂のない場合)からき裂進展後の残留応力解放による応力拡大係数(残留応力の応力拡大係数) K_R を解析し、 K_R を負荷外力の応力拡大係数に加算した真の応力比変化を考慮し、き裂進展速度を予測する。

著者らは以前に、重ね合わせの原理を用いる評価手法を示し、小規模降伏状態では、き裂進展による残留応力の再配分を考慮する必要がないことを示した⁽⁶⁾。さらに、き裂が圧縮残留応力場を進展する場合には、 K_R に加えて図1に示す圧縮残留応力の解放によるき裂面部分接触(き裂面弾性接触)を考慮する必要があることを示した⁽⁷⁾。また、前報では、 K_R の計算に使用する重み関数を用いて、き裂面部分接触挙動を簡便に解析する手法を提案した⁽⁸⁾。

本研究では、前報で提案した簡便解析手法を用いて、中央切欠き引張試験片(以下CCT試験片と略記)お

よび片側切欠き試験片(以下SEEN試験片と略記)、コンパクト試験片(以下CT試験片と略記)の3種類の試験片を対象として、き裂面部分接触挙動に及ぼす試験片形状、負荷形式、残留応力場および初期切欠きの影響を解析・検討した。また、前報ではCT試験片について解析し、圧縮残留応力場からき裂が進展する場合、除荷時のき裂面接触開始点から実験的に真の応力拡大係数範囲を測定できることを示した。本研究で

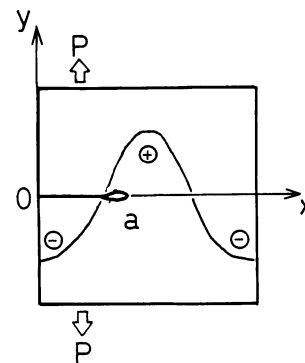


図1 き裂面部分接触

* 平成元年11月9日 材料力学講演会において講演。原稿受付 平成元年5月29日。

*1 正員、東京工業大学工学部 (〒152 東京都目黒区大岡山2-12-1)。

は、さらにS E N試験片についても同様の解析を行ない、その結果を比較した。そして、き裂面部分接触を考慮したき裂進展速度の評価に必要な知見を得た。

2. 解析手法と解析対象

圧縮残留応力場をき裂が進展すると、圧縮残留応力(圧縮ひずみ)が解放され、き裂面部分接触(弾性接触)が生じる。この弾性接触問題は前報で示したように、き裂面を図2に示すように分割したモデル化を行い、重ね合わせの原理を用いて簡便に解くことができる^(*)。真のき裂開口変位 v_r は、外力のき裂開口変位 v^l および残留応力解放によるき裂開口変位 v^R 、き裂面部分接触応力によるき裂面変位 v_c の重ね合わせから求めることができる。

$$v_r = v^l + v^R + v_c \quad (1)$$

ここで、 v^R および v_c は次式から求められる。

$$v^R(x) = \int_x^a \left\{ \int_0^a \sigma_R m(a,x) dx \right\} m(a,x) da \quad (2)$$

$$v_c(x) = \int_x^a \left\{ \int_0^a -\sigma^c m(a,x) dx \right\} m(a,x) da \quad (3)$$

ただし、 σ_R は残留応力、 σ^c は接触応力、 $m(a,x)$ は重み関数である。

式(1)において、 v^l 、 v^R は既知であり、また v_r は次の境界条件を有する。

$$v_r = 0 \quad (\text{き裂面部分接触領域}, 0 \leq x \leq \xi) \quad (4)$$

$$v_r \geq 0 \quad (\text{き裂面部分開口領域}, \xi \leq x \leq a) \quad (5)$$

上式で接触境界 ξ は未知である。また、接触応力 σ^c は圧縮応力であり、以下の拘束条件を満たす。

$$\sigma^c \leq 0 \quad (6)$$

このような接触問題を陽に解くことは困難なため、き裂面を小さな要素に分割したモデル化による簡便な近似解析を前報で提案した(図2参照)。このモデルでは、各要素には均一な接触応力が負荷される。また、

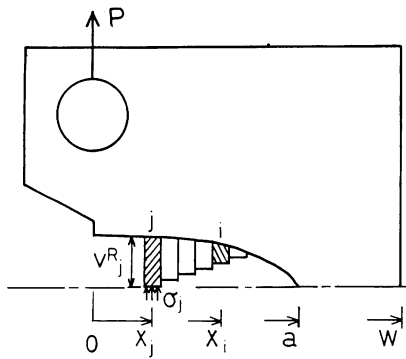


図2 き裂面部分接触のモデル化

各要素には残留応力解放による要素中央位置のき裂面変位 v^R と同じ大きさの剛体棒が付着している。さらに、要素中央位置におけるき裂面変位でき裂面接触判定が行われる。したがって、このモデル化によって、式(1)は拘束条件(式(6))を満たす次式の連立方程式となる。

$$\sum_{j=1}^n g_{ij} \sigma_j^c = -P u_i^l - v_i^R \quad (7)$$

ここで、 g_{ij} はj番目の要素に単位接触応力が負荷された場合のi番目の要素の変位である。 σ_j^c はj番目の要素の接触応力であり、式(6)の拘束条件を満足する。Pは負荷外力、 u_i^l は単位外力負荷時のi番目要素の変位、 v_i^R は残留応力解放によるi番目要素の変位である。 g_{ij} は式(2)、(3)と同様に重み関数を用いて計算できる。

$$g_{ij} = \int_{x_i}^a \left\{ \left(\int_{x_j}^{x_j+2Wj} m(a,x) dx \right) m(a,x) \right\} da \quad (8)$$

ここで、 x_i はi番目の要素中央位置であり、 x_j はj番目要素中央位置である。また、 $2Wj$ はj番目要素の要素幅である。式(7)を逐次代入法で解くことで σ_j^c が求められる。

以上の解析手法は前報で示した内容とほぼ同じである^(*)。次に、初期残留応力場に切欠きを導入した場合の解析手法について述べる。

前報では、切欠き導入後の実測した再配分残留応力場を用いて解析したため、実測誤差の影響が生じた。本研究においては、切欠き導入の影響を精度よく解析するため、初期残留応力場を用いた解析手法を用いた。以下にその手法を示す。

前報と同様に、切欠きを近似的にき裂面のオーバーラップを許すき裂に置き換え、残留応力解放によるき裂面変位 v^R は初期残留応力場から求める。除荷途中にき裂面部分接触を生じる要因は、き裂面に付着させた v^R である。したがって、切欠き部分の v^R を0にすると、この領域のき裂面部分接触が妨げられ、式(7)で切欠き導入が模擬できる。当然、他のき裂部分の v^R は初期残留応力場から求めた値そのままである。連立方程式(7)の計算手法も前報と同様である。ただし、切欠き先端近傍で接触応力に特異性が生じるため、切欠き先端の1要素を、50分割した小さな幅の要素50個に置き換えて解析精度を高くした。

以上の解析手法を用いて、き裂面部分接触に及ぼす試験片形状、残留応力場、外力負荷形式および切欠きの影響を解析、検討する。試験片形状は、図3に示すとおりである。幅 $2W=100\text{mm}$ のCCT試験片、幅 $W=50\text{mm}$ のS E N試験片および幅 $W=50\text{mm}$ のCT試験片の3

種類である。CT試験片を解析するために用いた重み関数は文献[9]の式、SEFN試験片の重み関数は文献[10]の式を用いた。CCT試験片の場合は、文献[11]に式(8)の g_{ij} が示されている。また、残留応力場は、前報で用いた実測した初期残留応力場をタイプA、4次式の形状の残留応力場をタイプBとする。それぞれの残留応力場を図4に示す。図中の実線のタイプAの残留応力場は溶接線に垂直にき裂が進展する $W=100\text{mm}$ のCT試験片の実測値であるが、影響因子の分離を目的としてすべての試験片で同じ残留応力場を用いた。図中の破線のタイプBは溶接線に平行にき裂が進展する場合、あるいは焼入れの場合などを想定した残留応力場である。この場合も同様に、すべての試験片で同じ残留応力場を用いた。タイプA、Bの残留応力場を次式に示す。

タイプA 残留応力場

$$\sigma_R(\eta) = -43.6 - 105.35\eta + 974.65\eta^2 - 492.45\eta^3 \quad (9)$$

タイプB 残留応力場

$$\sigma_R(\eta) = -196 + 1960\eta - 5880\eta^2 + 7840\eta^3 - 3920\eta^4 \quad (10)$$

ここで、 $\eta = x/W$ である。なお、材料は鋼を想定し、縦弾性係数 $E = 205.8\text{GPa}$ を用いた。

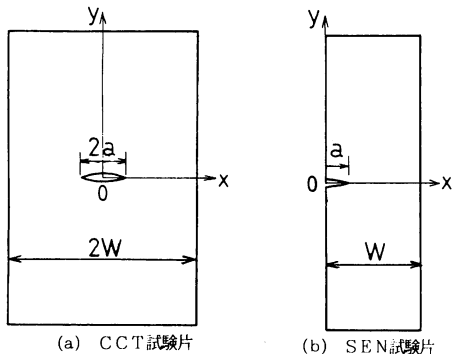


図3 試験片形状

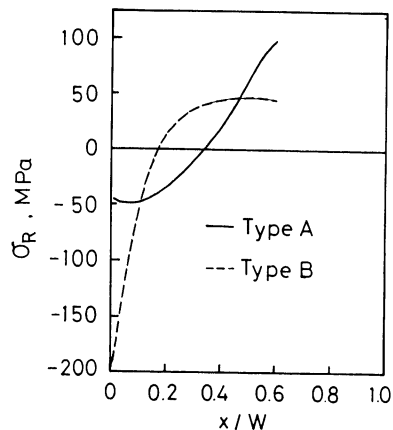


図4 解析に用いた残留応力場

3. 解析結果と考察

3.1 試験片形状の影響

CCT試験片、CT試験片およびSEFN試験片の3種類の試験片を対象として、タイプAの残留応力場でのき裂面部分接触の解析結果を示す。各試験片のき裂進展による残留応力の応力拡大係数 K_R の変化を図5に示す。 K_R の解析手法は文献[1]と基本的に同じであるが、より簡便な手法を用いた。この簡便手法を付録に示す。各試験片の完全除荷時の真の応力拡大係数 $K_{r0} (= K_R + K_{c0})$ のき裂進展による変化を図6に示す。ここで、 K_{c0} はき裂面接触応力の応力拡大係数である。

図5において、残留応力場はき裂長さ比 $a/W = 0.35$ まで圧縮残留応力で、その後は引張残留応力になっている。CCT試験片の K_R (○印)はき裂先端が引張残留応力場に達すると急激に増加して正の値になるのに対して、CT試験片(△印)とSEFN試験片(□印)の両者の K_R はほぼ同じ値で、常に負の値となっており、CCT試験片の結果と異なる傾向を示す。この差

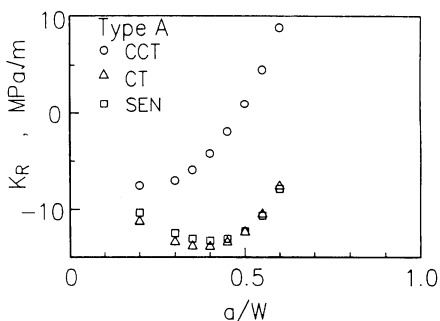


図5 試験片形状による K_R の差異 (Type A)

異は直接に試験片の重み関数の差異を反映している。CCT試験片ではき裂先端近傍の残留応力の影響が著しい。これに対して、他2種の試験片形状ではき裂後方の残留応力による曲げの効果が著しい。

しかし、図6に示す真の応力拡大係数 K_r とき裂長さ比 a/W の関係では、3種の試験片に差異はない。いずれの試験片でも、き裂先端が圧縮残留応力場にあるならば $K_r=0$ で、き裂が進展して引張残留応力場に達すると増加し始め、 K_r の値に差異は認められない。各試験片のき裂長さ比 $a/W=0.5$ の場合の完全除荷時の真のき裂面変位 v_r を図7に示す。 K_r がほぼ等しいため、き裂先端近傍の v_r は当然等しいが、き裂面後方のき裂面形状も等しくなっている。これは、き裂面部分接触を生じると、試験片形状には無関係に、部分開口部が中央き裂と同じ形状になるためである。したがって、完全除荷時に限定すれば、任意形状(平面問題)の試験片のき裂面部分接触の解析はCCT試験片で近似的に解析できることが推察される。

3. 2 負荷形式および残留応力場の影響

ここでは、負荷形式と残留応力場の両因子を変えたSEN試験片を対象として、き裂面部分接触を解析し

た結果を示す。以後の解析で、繰返し荷重の最大値時の応力拡大係数 K_{max}^L は $50\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ であり、結果はすべてこの K_{max}^L で無次元化した。

き裂長さ比 $a/W=0.5$ のSEN試験片について、タイプA残留応力場における繰返し荷重下の真の応力拡大係数 K_r の変化を曲げモーメントを負荷した場合(図中○印)と引張応力を負荷した場合(図中△印)を比較して図8に示す。 K_r は最大負荷時に K_r だけ K_{max}^L よりも減少し、除荷途中にき裂面が接触を開始すると直線関係から離脱する挙動は前報で述べたとおりであり、両負荷形式で差異がない。しかし、き裂面の接触点と接触後の傾向は両者で異なる。引張応力負荷の場合には、曲げモーメント負荷の場合と比較して、除荷時の接触開始点の K_r 、 K^L は高く、接触は徐々に進行する。したがって、引張応力負荷の場合には、き裂面接触開始点から実験的に有効応力拡大係数範囲 ΔK_{eff} を決定すると、 ΔK_{eff} は真の応力拡大係数範囲 ΔK_r より小さくなる。曲げモーメント負荷の場合、その過評価の程度は小さい。

接触開始点から求めた有効応力拡大係数範囲 ΔK_{eff} と真の応力拡大係数範囲 ΔK_r の比($\Delta K_{eff}/\Delta K_r$)の

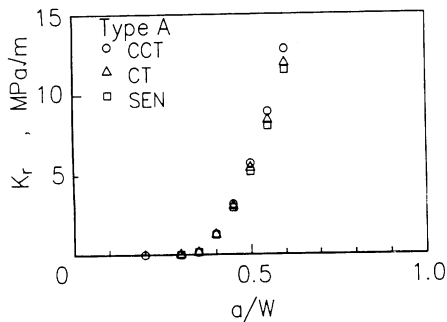


図6 試験片形状による完全除荷時の K_r の差異 (Type A)

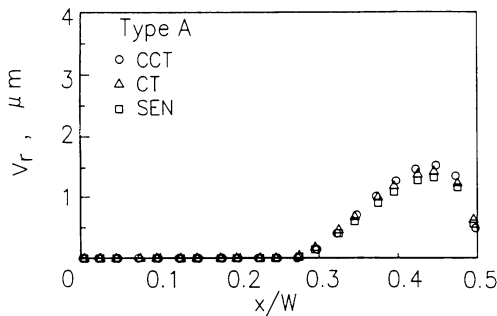


図7 試験片形状による完全除荷時のき裂面変位の差異 (Type A, $a/W=0.5$)

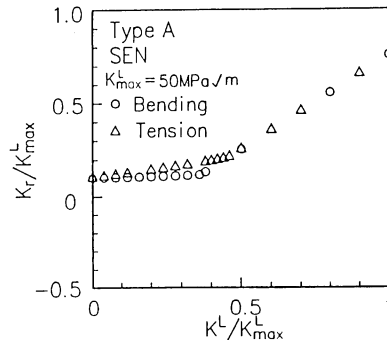


図8 負荷形式による繰返し荷重下での K_r の差異 (SEN, Type A, $a/W=0.5$)

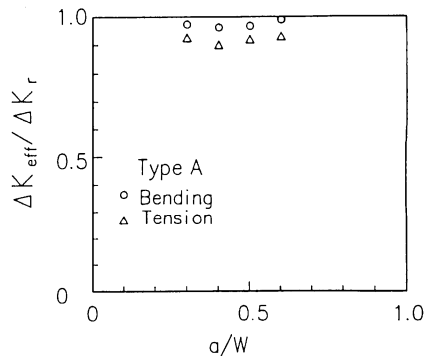


図9 負荷形式による ΔK_r の過小評価の差異 (Type A)

各き裂長さ比 a/W における変化を図9に示す。引張応力負荷の場合(Δ 印)は a/W にかかわらず、曲げモーメント負荷の場合(\circ 印)に比較して比($\Delta K_{err}/\Delta K_r$)が小さく、実験的に決定した場合の過小評価の程度が大きいことがわかる。

タイプB残留応力場における解析結果を図10に示す(SEN試験片, き裂長さ比 $a/W=0.5$, 繰り返し荷重, 曲げモーメント負荷と引張応力負荷)。タイプBの残留応力場は表面近傍に大きな圧縮残留応力が存在し、タイプAと大きく異なる(図4参照)。しかし、繰り返し荷重下のき裂面部分接触挙動はタイプAとタイプBの両者で差異はなく、曲げモーメント負荷の場合(図中 \circ 印)が引張応力負荷の場合(図中 Δ 印)よりも接触開始点の K_r , K^L は高くなっている。

次に、引張残留応力場を進展するき裂に圧縮応力を負荷した場合を解析した。溶接や熱処理などの残留応力場では、試験片中央部で引張残留応力となる。そこで、タイプB残留応力場のCCT試験片に圧縮応力を負荷した。ただし、図4中で試験片中心は $x/W=0.5$ の位置であり、き裂は中央の引張残留応力場から両端の圧縮残留応力場に向けて進展する。繰り返し圧縮応力負

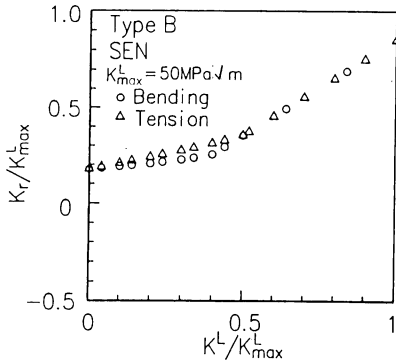


図10 負荷形式による繰り返し荷重下での K_r の差異 (SEN,タイプB, $a/W=0.5$)

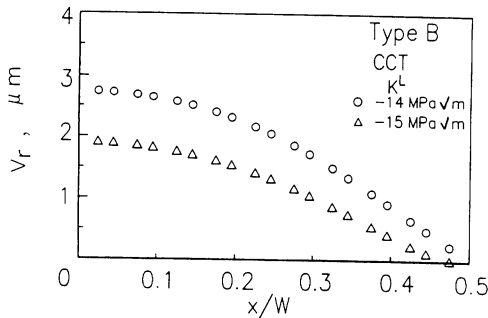


図11 繰り返し圧縮応力負荷時の引張残留応力場のき裂面変位の解析結果

荷時のき裂面変位を図11に示す。引張残留応力場をき裂が進展するので、完全除荷時にき裂は開口している。そして、圧縮応力を負荷すると、き裂は先端から閉口する。この結果から、タイプA残留応力場のCCT試験片のように、引張残留応力場にあるき裂に圧縮応力を負荷しても、き裂面部分接触は生じないことが推察される。

重ね合わせの原理から、き裂面部分接触は式(1)を解くことで解析できることを示してきた。式(1)で、外力負荷形式の変化は外力によるき裂面変位 v^L の変化となり、残留応力場の変化は残留応力解放によるき裂面変位 v^R の変化となる。式(1)から、 v^L と v^R が全く等しければ、き裂面の部分接触は生じないで、ある K^L の値($K^L = -K_R$)でき裂面全体が閉口する($v_r = 0$)ことがわかる。つまり、き裂面部分接触は重ね合わせの原理によって、残留応力場と外力をき裂面上分布力に置き換えた場合の両者の分布力の形状の差異によって生じるものである。残留応力場には必ず応力勾配が存在するので、分布力に応力勾配が存在する曲げモーメント負荷の方が、引張応力負荷に比較してき裂面部分接触を生じにくくなる。また、 v^L は試験片形状に依存する。以上から、き裂面部分接触挙動が試験片形状、外力負荷形式および残留応力場によって変化する理由がわかる。

3.3 切欠き導入の効果

切欠きを近似的にオーバーラップを許容するき裂に置き換えて、初期残留応力場に切欠きを導入した場合のき裂面部分接触挙動を解析した結果を示す。解析にはCCT試験片を用いた。これは前述したように、完全除荷時のき裂面部分接触挙動は試験片形状にほぼ無関係に、CCT試験片で解析できるからである。なお、残留応力場はタイプAを用いた。

初期切欠き長さ比 $a_0/W=0.2$ (\circ 印), 0.3 (Δ 印), 0.4 (\square 印)の場合の完全除荷時の真の応力拡大係数

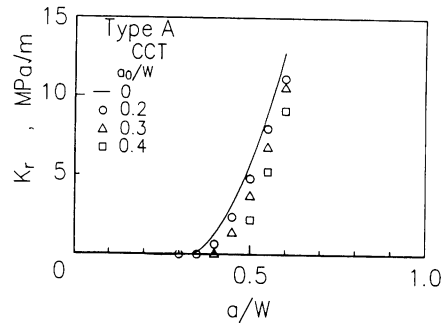


図12 初期切欠き長さによる K_r の差異

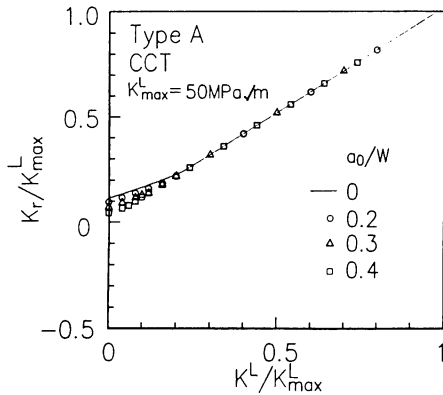


図13 切欠き長さによる繰返し荷重下の \$K_r\$ の変化 (\$a/W=0.5\$)

\$K_r\$ の解析結果を図12に示す。図中の実線は初期残留応力場の \$K_r\$ である。\$K_r\$ は切欠き長さ比 \$a_0/W\$ の増大とともに明らかに減少する。この原因はCT試験片を用いて解析した前報においても述べたが、切欠き導入によってき裂面接触が妨げられたためである。

き裂長さ比 \$a/W=0.5\$ の場合の繰返し荷重下の真の応力拡大係数 \$K_r\$ の変化を図13に示す。切欠き導入によって \$K_r\$ は変化しないので、き裂が完全に開口している場合（負荷外力が大きい場合には、初期切欠き長さ比による差異はない。切欠き導入によって生じたき裂面接触後の真の応力拡大係数 \$K_{r0} (=K_r + K_{r0} + K_{c0})\$ の減少は、き裂面接触応力の応力拡大係数 \$K_{c0}\$ の減少（き裂面接触が妨げられた結果）によること、図13で明示されている。

上述のことは、実際の構造物において切欠き状欠陥を起点とする疲労き裂の場合には、初期残留応力場（切欠き状欠陥のない場合）からき裂面部分接触を解析すると、\$K_{c0}\$ の過大評価（\$\Delta K_r\$ の過少評価）となることを示唆している。また、このような場合には、き裂面部分接触を考慮しない従来の残留応力場の疲労き裂の真の応力拡大係数範囲の計算手法^{(1)~(6)}（\$K_{r0}\$ のみ考慮する手法）を用いても、近似的に正しくなる。しかし、残留応力場を進展する疲労き裂に対してき裂面部分接触まで考慮した厳密な解析を必要とする場合には、非破壊検査で切欠き状欠陥の厳密な位置および寸法を検出する必要があることが明らかとなった。

4. 結 言

残留応力場を進展する疲労き裂について、圧縮残留応力解放によって生じるき裂面部分接触挙動に及ぼす試験片形状、負荷形式、残留応力場および初期切欠き

の影響を解析し、検討を行った、得られた結果を要約すると以下のとおりである。

- (1)完全除荷時のき裂面部分接触挙動は試験片形状に無関係である。
- (2)き裂面部分接触挙動は負荷外力のき裂面変位と残留応力解放によるき裂面変位の両者の差異によって決定される。
- (3)曲げモーメント負荷の場合は引張負荷の場合に比較して、き裂面部分接触の開始点が高くなる。また、引張残留応力場を進展する疲労き裂に繰返し圧縮応力を負荷した場合、き裂は先端から閉口し、き裂面部分接触は生じない。
- (4)初期残留応力場に導入された切欠きは、残留応力の応力拡大係数に影響を及ぼさないが、き裂面部分接触開始点を低める効果を持つ。このため、切欠きの導入によってき裂面部分接触の影響は小さくなり、従来の残留応力の応力拡大係数だけ考慮する評価手法が近似的に正しくなる。

付 録

残留応力の応力拡大係数 \$K_{r0}\$ は重ね合わせの原理から次式で表わされる⁽¹⁾。

$$K_{r0} = \int_0^a \sigma_{rm}(a, x) dx \quad (付1)$$

上式は特異積分であり、数値積分に手間がかかる。そこで、き裂面部分接触解析と同様にき裂面を小さな要素に分割したモデル化を行う。そして、各要素に負荷される残留応力は要素内で均一とし、要素中央位置の値を用いて代表させる。このようなモデル化を行うと、式(付1)は次式のようになる。

$$K_{r0} = \sum_{i=1}^n \sigma_{ri} K_i \quad (付2)$$

ここで、\$n\$ は要素数、\$\sigma_{ri}\$ は \$i\$ 番目要素中央位置の残留応力、\$K_i\$ は \$i\$ 番目要素に一樣な単位応力が負荷された場合の応力拡大係数であり、次式で表示される。

$$K_i = \int_{x_i-w}^{x_i+w} m(a, x) dx \quad (付3)$$

ここで、\$2w\$ は \$i\$ 番目要素の幅である。

多くの場合、重み関数から式(付3)の解析的積分が可能である。そこで、式(付2)は特異積分でなくなり、計算が高速になる。CT試験片の \$K_{r0}\$ は文献[11]に、CT試験片の \$K_{r0}\$ は文献[9]に示されている。SEN試験片の場合は文献[10]の重み関数を解析的に積分した \$K_i\$ を用いた。

文 献

- (1) Parker, A.P., ASTM, STP, 776, (1982), 13.
(2) Glinka, G., ASTM, STP, 677, (1979).
(3) 小林・轟, 材料, 35-391, (昭61), 401.
(4) 大路・ほか4名, 機論, 53-492, A, (昭62), 1574.
(5) 橋内・ほか4名, 機論, 54-501, (昭63), 941.
(6) 轟・小林, 機論, 54-497, A (昭63), 30.
(7) 轟・ほか2名, 機論, 54-498, A (昭63), 205.
(8) 轟・ほか4名, 機論, 55-515A(平元), 1634.
(9) Mall, S and Newman, J.C. Jr., ASTM, STP, 868, (1985), 113.
(10) Tada, H., Paris, P. and Irwin, G., 'THE STRESS ANALYSES OF CRACKS HANDBOOK', DEL RESEARCH CORPORATION, 1985.
(11) Newman, J.C. Jr., ASTM, STP, 590, (1976), 281.
-