

フラクタル分枝限定法による複合材料構造の積層構成最適化 (面内と面外の積層パラメータを含む積層構成最適化問題)

轟 章^{*1}, 寺田雄一郎^{*2}

Stacking Sequence Optimizations of Composite Structures using Fractal Branch and Bound Method (Optimization Problem includes in-plane and out-of-plane Lamination Parameters)

Akira TODOROKI and Yuichirou TERADA

Department of Mechanical Sciences and Engineering, Tokyo Institute of Technology,
2-12-1 O-okayama, Meguro, Tokyo, 152-8552, Japan

In the present study, a mechanism of fractal image of laminates on lamination parameters is discussed in detail, and a stacking sequence optimization method using the mechanism is proposed for complicated structures that include both of in-plane and out-of-plane lamination parameters. The new method employs branch and bound method for the optimizations of stacking sequences. For the estimation of the fractal branch of stacking sequences, the new method requires approximation of the objective function of the optimizations with quadratic polynomials using both in-plane and out-of-plane lamination parameters. The new method is applied to a stacking sequence optimization problem of a maximization of buckling load of a hat type stringer structure. The method gives successfully optimal stacking sequences in a short time.

Key Words : CFRP, Stacking sequence, Optimization, Branch and bound, Fractal

1. 緒言

一方向プリプレグを多方向に積層して作成する複合材料積層板では、積層構成の最適化が必要である^{(1)~(3)}。複合材料積層構造では、積層される繊維配向角が数種に限定されるため、積層構成最適化は組合せ最適化問題となる。最近、組合せ最適化問題の解析手法として遺伝的アルゴリズム(GA)が注目されており、GAによる積層構成最適化が実施されている^{(4)~(9)}。

著者らの一人は前報にてGAの設計コスト低減、解析プログラムとGAとの間の簡単なインターフェース作成を目的として、応答曲面法に着目した^{(10)~(13)}。積層パラメータを設計変数として設計空間の応答を求め、後に積層構成を設計変数としたGAで応答曲面を評価関数として用いて積層構成の最適化を実施している。積層パラメータを応答曲面の設計変数に採用することで、応答曲面作成時の解析点が少数となり、また設計空間も連続になるという利点を有する。応答曲面を用いて評価関数の応答を近似し、FEM解析ツールとG

Aの間のインターフェースとすることによって、GAの設計コスト低減し、GAアルゴリズムとFEMなどの解析アルゴリズムを分離することが可能となる。

GAは組合せ最適化問題に適した最適化手法として注目されており、柔軟で適用範囲が広いという利点があるが、積層数が増大すると正答率が低下し、また多数のGAパラメータのチューニングが必要である。

これに対して著者らは、分枝限定法による決定論的な最適化手法を提案し、積層平板の座屈荷重最大化の問題に適用した⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾。本手法はパラメータのチューニング作業が不要であり、非常に高速かつ確実に最適解を得ることができる。

本手法は、設計空間が積層パラメータ空間上で作るフラクタル構造の発見に基づいている⁽¹⁴⁾。著者らは、面外積層パラメータ空間に射影された積層構成の集合が、フラクタル図形を形成することを発見した。また、積層構成の最外層からの探索が有するフラクタル図形との幾何学的な対応関係も解明した。本手法はこの設計空間とフラクタル図形との対応を利用した分枝限定法であるため、フラクタル分枝限定法 (Fractal Branch and Bound Method: FBBM) と名づけた。

文献(14)(15)ではFBBMを、面外積層パラメータだ

*平成14年 月 日受付

〒152-8552 目黒区大岡山 2-12-1

*1 東京工業大学大学院理工学研究科

E-mail: atodorok@ginza.mes.titech.ac.jp

*2 東京工業大学大学院

けの問題に限定して適用した．面内と面外の積層パラメータは互いに独立ではないため，両積層パラメータを含む積層構成最適化は非常に困難である．本研究では，面外だけでなく，面内積層パラメータも含む複雑形状の複合材料構造物の積層構成最適化問題に適用可能にするために面外と面内の両積層パラメータを考慮した最適化問題に FBBM を拡張した．拡張した新しい FBBM を文献[11]で FEM 解析したハット型断面を有する積層構造の座屈荷重最大化の積層構成最適化問題の結果に適用し，その有効性を検証した．

2. 積層パラメータとフラクタル図形

対称積層でアングルプライのバランスした積層板においては面内剛性マトリックス A_{ij} の各成分は次式で表される．なお，添え字については参考文献[16]と同じである．

$$\begin{bmatrix} A_{11} \\ A_{22} \\ A_{12} \\ A_{66} \\ A_{16} \\ A_{26} \end{bmatrix} = h \begin{bmatrix} U_1 & V_1^* & V_2^* \\ U_1 & -V_1^* & V_2^* \\ U_4 & 0 & -V_2^* \\ U_5 & 0 & -V_2^* \\ 0 & \frac{1}{2}V_3^* & V_4^* \\ 0 & \frac{1}{2}V_3^* & -V_4^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} \quad (1)$$

ここで， U_i ($i=1, \dots, 5$) は材料定数だけから決定される定数であり，参考文献[16]に記載されているものと同じである． h は積層板厚さである．積層板が厚さ t の層 $2N$ からなる場合 ($h=2Nt$)，面内積層パラメータ V_i^* ($i=1, \dots, 4$) は各層の繊維配向角 θ を用いて次式で表される．

$$\begin{aligned} \mathbf{V} &= \begin{bmatrix} V_1^* \\ V_2^* \\ V_3^* \\ V_4^* \end{bmatrix} = \frac{1}{tN} \sum_{k=1}^N \int_{(N-k)t}^{(N-k+1)t} \begin{bmatrix} \cos 2\theta \\ \cos 4\theta \\ \sin 2\theta \\ \sin 4\theta \end{bmatrix} dz \\ &= \frac{1}{tN} \sum_{k=1}^N \{(N-k+1) - (N-k)\} \begin{bmatrix} \cos 2\theta \\ \cos 4\theta \\ \sin 2\theta \\ \sin 4\theta \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2)$$

ただし，ここで， k は積層板の外側から数えたプライの番号である．

面外剛性マトリックスの各成分 D_{ij} は次式で表される．

$$\begin{bmatrix} D_{11} \\ D_{22} \\ D_{12} \\ D_{66} \\ D_{16} \\ D_{26} \end{bmatrix} = \frac{h^3}{12} \begin{bmatrix} U_1 & W_1^* & W_2^* \\ U_1 & -W_1^* & W_2^* \\ U_4 & 0 & -W_2^* \\ U_5 & 0 & -W_2^* \\ 0 & \frac{1}{2}W_3^* & W_4^* \\ 0 & \frac{1}{2}W_3^* & -W_4^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} \quad (3)$$

面外積層パラメータ W_i^* ($i=1, \dots, 4$) は次式で表される．

$$\begin{aligned} \mathbf{W} &= \begin{bmatrix} W_1^* \\ W_2^* \\ W_3^* \\ W_4^* \end{bmatrix} = \frac{3}{t^3 N^3} \sum_{k=1}^N \int_{(N-k)t}^{(N-k+1)t} \begin{bmatrix} \cos 2\theta \\ \cos 4\theta \\ \sin 2\theta \\ \sin 4\theta \end{bmatrix} z^2 dz \\ &= \frac{3}{t^3 N^3} \sum_{k=1}^N \{(N-k+1)^3 - (N-k)^3\} \begin{bmatrix} \cos 2\theta \\ \cos 4\theta \\ \sin 2\theta \\ \sin 4\theta \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4)$$

式(2)および(4)より，係数を簡単な表記にすると次式となる．

$$\begin{aligned} a_k^V &= \frac{N-k}{N} \\ a_k^W &= \left(\frac{N-k}{N} \right)^3 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\mathbf{V} = \sum_{k=1}^N (a_{k-1}^V - a_k^V) \begin{bmatrix} \cos 2\theta(z) \\ \cos 4\theta(z) \\ \sin 2\theta(z) \\ \sin 4\theta(z) \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\mathbf{W} = \sum_{k=1}^N (a_{k-1}^W - a_k^W) \begin{bmatrix} \cos 2\theta(z) \\ \cos 4\theta(z) \\ \sin 2\theta(z) \\ \sin 4\theta(z) \end{bmatrix} \quad (7)$$

多くの積層板で，繊維配向角 θ は 0° ， $\pm 45^\circ$ ， 90° に限定されている．この場合，式(6)，(7)の三角関数の取りえる値は下記に限定される．

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \cos 2\theta_k \\ \cos 4\theta_k \\ \sin 2\theta_k \\ \sin 4\theta_k \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{for } 0^\circ \text{ ply} \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{for } 45^\circ \text{ ply} \\ &= \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{for } 90^\circ \text{ ply} \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{for } -45^\circ \text{ ply} \end{aligned} \quad (8)$$

式(8)から，繊維配向角 θ が限定されていると， V_4^* ， W_4^* は常にゼロとなる．したがって，式(6)および式(7)は次式で表される．

$$\mathbf{V} = \sum_{k=1}^N (a_{k-1}^V - a_k^V) \begin{bmatrix} \cos 2\theta(z) \\ \cos 4\theta(z) \\ \sin 2\theta(z) \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\mathbf{W} = \sum_{k=1}^N (a_{k-1}^W - a_k^W) \begin{bmatrix} \cos 2\theta(z) \\ \cos 4\theta(z) \\ \sin 2\theta(z) \end{bmatrix} \quad (10)$$

式(8)~(10)から， \mathbf{V} ， \mathbf{W} は次式に変形できる．

$$\mathbf{V} = s_0^V \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + s_{45}^V \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} + s_{90}^V \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + s_{-45}^V \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\mathbf{W} = s_0^W \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + s_{45}^W \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} + s_{90}^W \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + s_{-45}^W \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

ここで，係数 s は次式で定義される．

$$s_j^V = \sum_{k=1}^N \delta(a_{k-1}^V - a_k^V) \quad (13)$$

$\delta = 1$ when $\theta_k = \theta_j$ ($j = 0^\circ, 45^\circ, -45^\circ, 90^\circ$)
 $\delta = 0$ when $\theta_k \neq \theta_j$ ($j = 0^\circ, 45^\circ, -45^\circ, 90^\circ$)

$$s_j^W = \sum_{k=1}^N \delta(a_{k-1}^W - a_k^W) \quad (14)$$

$\delta = 1$ when $\theta_k = \theta_j$ ($j = 0^\circ, 45^\circ, -45^\circ, 90^\circ$)
 $\delta = 0$ when $\theta_k \neq \theta_j$ ($j = 0^\circ, 45^\circ, -45^\circ, 90^\circ$)

これらの係数は式(5)の定義から， $a_0^V = a_0^W = 1$ かつ $a_N^V = a_N^W = 0$ から次の条件を満足する．

$$0 \leq s_j^V \leq 1, \quad 0 \leq s_j^W \leq 1 \quad (15)$$

$$s_0^V + s_{45}^V + s_{-45}^V + s_{90}^V = 1 \quad (16)$$

$$s_0^W + s_{45}^W + s_{-45}^W + s_{90}^W = 1$$

式(16)は，積層パラメータ \mathbf{V} ， \mathbf{W} を 3次元ベクトルと考えたとき，積層パラメータ空間上で，任意の積層板の積層構成ベクトルが式(8)の4方位のベクトルで定義される4面体の表面または内部に位置することを示している．

2N層積層板において，最外側が 0° 層の場合，式(9)，(10)から， \mathbf{V} ， \mathbf{W} は次式で表される．

$$\mathbf{V} = (a_0^V - a_1^V) \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \sum_{k=2}^N (a_{k-1}^V - a_k^V) \begin{bmatrix} \cos 2\theta \\ \cos 4\theta \\ \sin 2\theta \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\mathbf{W} = (a_0^W - a_1^W) \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \sum_{k=2}^N (a_{k-1}^W - a_k^W) \begin{bmatrix} \cos 2\theta \\ \cos 4\theta \\ \sin 2\theta \end{bmatrix} \quad (18)$$

式(17)，(18)の内の係数の総和は式(16)から，それぞれ a_1^V および a_1^W になることは自明である．そこで，式(13)，(14)の代わりに次式を定義する．

$$p_j^V = \frac{1}{a_1^V} s_j^V \quad (19)$$

$$p_j^W = \frac{1}{a_1^W} s_j^W \quad (20)$$

すると，この係数 p は式(15)，(16)の s と全く同じとなり，これを用いて \mathbf{V} ， \mathbf{W} は次式で表される．

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_0 + a_1^V \left\{ p_0^V \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + p_{45}^V \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} + p_{90}^V \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + p_{-45}^V \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \right\} \quad (21)$$

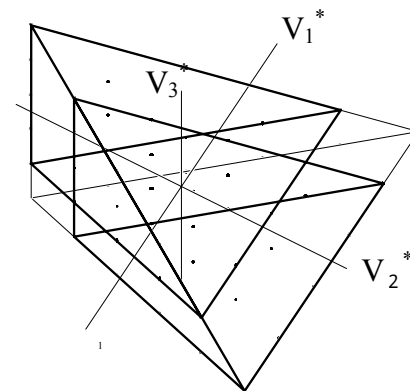
$$\mathbf{W} = \mathbf{W}_0 + a_1^W \left\{ p_0^W \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + p_{45}^W \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} + p_{90}^W \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + p_{-45}^W \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \right\} \quad (22)$$

ここで， \mathbf{V}_0 ， \mathbf{W}_0 は次式で表されるベクトルである．

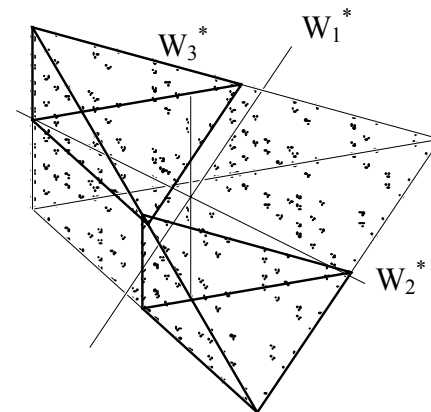
$$\mathbf{V}_0 = (a_0^V - a_1^V) \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$\mathbf{W}_0 = (a_0^W - a_1^W) \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

式(21)~(24)より，外側が 0° から始まる積層構成の集合は中心がそれぞれ \mathbf{V}_0 ， \mathbf{W}_0 に移動し，ベクトルの大きさがそれぞれ $a_1^V = (N-1)/N$ ， $a_1^W = (N-1)^3/N^3$ に縮小した自己相似な4面体の表面または内部に位置することがわかる．全く同様にして，外側から各層の繊維配向角が決定されるとその内側が未決定の積層板の集合は自己相似な4面体の表面か内部に存在する．つまり，フラクタルな図形を描くようになる．N=5の例を図1に示す．



(a) Fractal image of \mathbf{V}



(b) Fractal image of \mathbf{W}

Fig.1 Fractal Image N=5 (10plies)

3. 応答曲面による目的関数の近似

フラクタル分枝限定法は最適化の目的関数 f が積層パラメータ \mathbf{V}, \mathbf{W} の2次多項式で近似可能であることが必要不可欠である。積層パラメータ \mathbf{V}, \mathbf{W} 空間で実現可能積層構成の集合から実験計画をD最適基準で実施し、36通りの積層構成を選択し、選択した積層構成で解析を実施して目的関数の値を求めて最小2乗法で応答曲面を求める。詳細は既報 [10] ~ [13] を参照されたい。得られた応答曲面は行列表示をもちいて次式で表される。

$$f(\mathbf{V}, \mathbf{W}) = c + \begin{bmatrix} \mathbf{V}^T & \mathbf{W}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{b}_V \\ \mathbf{b}_W \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{V}^T & \mathbf{W}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{VV} & \mathbf{A}_{VW} \\ \mathbf{A}_{VW}^T & \mathbf{A}_{WW} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V} \\ \mathbf{W} \end{bmatrix} \quad (25)$$

ここで、 $c, \mathbf{b}, \mathbf{A}$ は最小2乗法で得られた定数、係数ベクトルおよび係数行列である。

4. 分枝限定法の適用

分枝限定法では、仮の最適解を準備し、仮の最適解よりも良い解が解空間の木構造の枝先に存在するか否かを安全側に見積もることで不要な枝を探索から削除し、枝刈を実施することで総探索の時間を削減する探索補法である。この方法では、仮の最適解の決定と、安全側の見積もりが必要になる。

仮の最適解としては、図1の4面体の頂点と面および内部の実現可能積層構成を乱数で複数個 (20 ~ 60) 選択し、その中から応答曲面で得られた評価の最も高い積層構成を選択した。なお、探索中に仮の最適解よりも良い積層構成が発見される場合には逐次仮の最適解を入れ替えた。

探索枝の評価には安全側の見積もりが必要であり、一般にはこれは困難である。ここでは、片側 N 層の積層板の d 層 ($N > d$) まで探索されている場合を例として考える。

$$[\theta_1/\theta_2/.../\theta_d/*/*/*/*]s \quad (26)$$

ここで、 $\theta_1 \sim \theta_d$ は探索中の固定された繊維配向角であり、 $*$ は未定の繊維配向角を意味している。この積層構成の集合を積層パラメータ \mathbf{V}, \mathbf{W} で表すと次式になる。

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_0 + a_d^V \mathbf{V}_d \quad (27)$$

$$\mathbf{W} = \mathbf{W}_0 + a_d^W \mathbf{W}_d \quad (28)$$

$$\mathbf{V}_0 = \sum_{k=1}^d (a_{k-1}^V - a_k^V) \begin{bmatrix} \cos 2\theta_k \\ \cos 4\theta_k \\ \sin 2\theta_k \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$\mathbf{V}^d = s_0^V \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + s_{45}^V \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} + s_{90}^V \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + s_{-45}^V \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$\mathbf{W}_0 = \sum_{k=1}^d (a_{k-1}^W - a_k^W) \begin{bmatrix} \cos 2\theta_k \\ \cos 4\theta_k \\ \sin 2\theta_k \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$\mathbf{W}^d = s_0^W \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + s_{45}^W \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} + s_{90}^W \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + s_{-45}^W \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (32)$$

これは、同様に中心が $\mathbf{V}_0, \mathbf{W}_0$ の4面体 $\mathbf{V}^d, \mathbf{W}^d$ の領域の点となる。フラクタル図形の積層構成の枝であるのでフラクタル分枝と呼ぶ。このフラクタル分枝の安全側評価を実施する。式(27), (28)を式(25)に代入すると次式が得られる。

$$f = f(\mathbf{V}, \mathbf{W}) = f(\mathbf{V}_0 + a_d^V \mathbf{V}^d, \mathbf{W}_0 + a_d^W \mathbf{W}^d) \quad (33)$$

$$= f_0 + f_V^d + f_W^d + f_{VW}^d$$

$$f_0 = f(\mathbf{V}_0, \mathbf{W}_0) \quad (34)$$

$$f_V^d = a_d^V \mathbf{V}^{dT} \mathbf{b}'_V + (a_d^V)^2 \frac{1}{2} \mathbf{V}^{dT} [\mathbf{A}_{VV}] \mathbf{V}^d \quad (35)$$

$$f_W^d = a_d^W \mathbf{W}^{dT} \mathbf{b}'_W + (a_d^W)^2 \frac{1}{2} \mathbf{W}^{dT} [\mathbf{A}_{WW}] \mathbf{W}^d \quad (36)$$

$$f_{VW}^d = a_d^V a_d^W \mathbf{V}^d [\mathbf{A}_{VW}] \mathbf{W}^d \quad (37)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{b}'_V \\ \mathbf{b}'_W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_V \\ \mathbf{b}_W \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{VV} & \mathbf{A}_{VW} \\ \mathbf{A}_{VW}^T & \mathbf{A}_{WW} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_0 \\ \mathbf{W}_0 \end{bmatrix} \quad (38)$$

ここで、 f_0 は定数、 f_V^d は \mathbf{V} の2次多項式、 f_W^d は \mathbf{W} の2次多項式、 f_{VW}^d は \mathbf{V} と \mathbf{W} の1次交互作用である。この f を最大化する場合の安全側の見積もり量 g として、次式を用いる。

$$g = f_0 + \max f_V^d + \max f_W^d + \max f_{VW}^d \quad (39)$$

ここで、 \mathbf{V} と \mathbf{W} は、独立な変数ではないため、 g は必ず f の最大値よりも大きいか等しくなり、安全側の見積もりとなることは明らかである。4面体内部でのそれぞれの最大値は2次多項式は容易に求められ、一次の交互作用は境界上が最大値となるために容易に計算できる。この様にして簡便に枝刈用の見積もり関数 g が計算できる。 g で計算できる式(26)の積層構成の集合の最大値の見積もり量が仮の最適解より劣る場合には明らかにそれ以降のフラクタル分枝に仮の最適解より優れた解がないため、探索を打ち切ることができる。

例として、片側4層 (8層積層) の場合を考える。仮の最適解としてここでは、積層構成 [45/-45/45/-45]s が既に得られているとする。この目的関数 f が次式で与えられているとする。なお、簡単のため、ここでは適切にバランスした積層構成であり、ほぼ $V_3^* = W_3^* = 0$ として2次元平面で考える。

$$f = 3 - 0.32V_1^* - 0.29V_2^* - 0.48W_1^* - 0.5W_2^* + 0.16V_1^{*2} - 0.11V_2^{*2} - 0.7W_1^{*2} + 0.18V_1^*V_2^* - 0.22V_1^*W_1^* + 0.15V_2^*W_1^* + 0.07W_1^*W_2^* \quad (40)$$

この時、仮の最適解の f 値は 3.68 である。

最適積層構成の探索は積層構成の中から、外側 0° 層から開始される。ここでは f を最大化させる積層構成を求める場合を考える。外側 0° 層の集合である $[0/*/*]_s$ の枝を評価する。外側から 1 層が 0° 層であるので、式(29)、(31)の V_0, W_0 は $d=1, k=0$ として次式となる。

$$V_0 = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad W_0 = \frac{37}{64} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (41)$$

$a_{V_1}^V=3/4, a_{W_1}^W=27/64$ であるので、この積層構成の集合（フラクタル分枝）は中心が式(40)で 1 辺が V 空間で $3/4, W$ 空間で $27/64$ に縮小された 3 角形の表面か内部になり次式で表される。

$$V = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{3}{4} \begin{bmatrix} V_1^* \\ V_2^* \end{bmatrix}, \quad W = \frac{37}{64} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{27}{64} \begin{bmatrix} W_1^* \\ W_2^* \end{bmatrix} \quad (42)$$

これを式(40)に代入すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} f = & 3 - 0.32(0.25 + 0.75V_1^*) - 0.29(0.25 + 0.75V_2^*) \\ & - 0.48(0.58 + 0.42W_1^*) - 0.5(0.58 + 0.42W_2^*) \\ & + 0.16(0.25 + 0.75V_1^*)^2 - 0.11(0.25 + 0.75V_2^*)^2 \\ & - 0.7(0.58 + 0.42W_1^*)^2 \\ & + 0.18(0.25 + 0.75V_1^*)(0.25 + 0.75V_2^*) \\ & - 0.22(0.25 + 0.75V_1^*)(0.58 + 0.42W_1^*) \\ & + 0.15(0.25 + 0.75V_2^*)(0.58 + 0.42W_1^*) \\ & + 0.07(0.58 + 0.42W_1^*)(0.58 + 0.42W_2^*) \end{aligned} \quad (43)$$

式(43)を定数項、 V だけの項、 W だけの項、 VW の相互作用を含む項に分割し、 V と W を独立変数として縮小された 3 角形内の領域でそれぞれの項の最大値 g を求める。求めた見積もり g が仮の最適解の値 (3.68) よりも小さい場合、この領域内の積層構成には仮の最適解より良好な解が無いことが明白であり、探索を打ち切ることができる。以上のようにして探索枝を削減していく。

5. 最適化の適用例

これまでに述べたフラクタル分枝限定法を、既報⁽¹¹⁾の面内・面外の両積層パラメータを用いる複雑なハット型補強構造の座屈荷重最大化問題に適用してその有効性を確認する。周辺単純支持のハット型補強構造を図 2 に示す。寸法は $a=4\text{m}, b=3\text{m}, h=1\text{m}, w=1\text{m}$ である。材料特性値は T300/5208 を想定して、 $E_L=181\text{GPa}, E_T=10.3\text{GPa}, G_{LT}=7.17\text{GPa}, \nu_{LT}=0.28$ である。

図 2 において、参照荷重として $N_x=1\text{N/m}$ の圧縮荷重が負荷されており、板厚は 2mm である。参考文献[11]では、16 層積層（片側 8 層）積層板 D 最適基準の積層構成 36 通りについて汎用有限要素解析ソフト

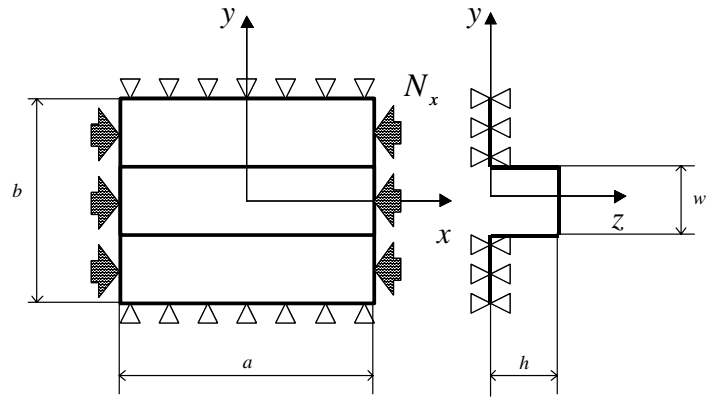


Fig.2 Hat type stringer structure⁽¹¹⁾

Table 1 Optimal stacking sequences

| N | Stacking Sequence | f |
|----|---|----------|
| 6 | [45/-45/45/-45/90/90] _s | 3.885831 |
| 8 | [45/-45/45/-45/45/-45/90/90] _s | 3.891677 |
| 10 | [45/-45/45/-45/45/-45/45/-45/90/90] _s | 3.890463 |
| 12 | [45/-45/45/-45/45/-45/45/-45/90/90/90/90] _s | 3.891677 |
| 14 | [45/-45/45/-45/45/-45/45/-45/45/-45/90/90/90/90] _s | 3.891475 |

ANSYS で座屈荷重を求め、得られた複数の結果を用いて座屈荷重の応答曲面を求めた。得られた応答曲面の係数は次式の通りである。なお、ここで、座屈荷重比は初期圧縮荷重 N_x に対する座屈発生荷重の比率である。

$$c = 3.1952, \quad \begin{bmatrix} \mathbf{b}_V \\ \mathbf{b}_W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.3168 \\ -0.2869 \\ -0.4815 \\ -0.5054 \end{bmatrix}, \quad (44)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{VV} & \mathbf{A}_{VW} \\ \mathbf{A}_{VW}^T & \mathbf{A}_{WW} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.3190 & 0.1789 & -0.2201 & 0 \\ & -0.2128 & 0.1512 & -0.0580 \\ & & -1.3832 & -0.0722 \\ \text{Sym.} & & & 0 \end{bmatrix}$$

式(44)の自由度調整済み決定係数は 0.9988 であり、近似度は良好である。

参考文献 [11] で得られた応答曲面に対してフラクタル分枝限定法で最適積層構成を求めた。得られた応答曲面は 1 層の厚さが 0.125mm の標準的な複合材料積層構造を想定している。しかし、ここではフラクタル分枝限定法の有効性確認のために、仮想的に 1 層厚さを変化させることが可能として、構造の板厚を変えずに層数だけを片側 6 層 (12 層積層) から 14 層 (28 層積層) まで変えてそれぞれの場合で最適積層構成を求めた。得られた結果を表 1 に示す。比較のため、総当たり探索を実施し、表 1 の積層構成が最適であることを確認した。

総当たり探索では、片側積層数 N が増大すると、組み合わせの総数は 3 進数を使用した文献 [10] の方法と同じ方法を用いると 3^N で増加する。このため、計算時間のオーダーは $O(3^N)$ となることは自明である。

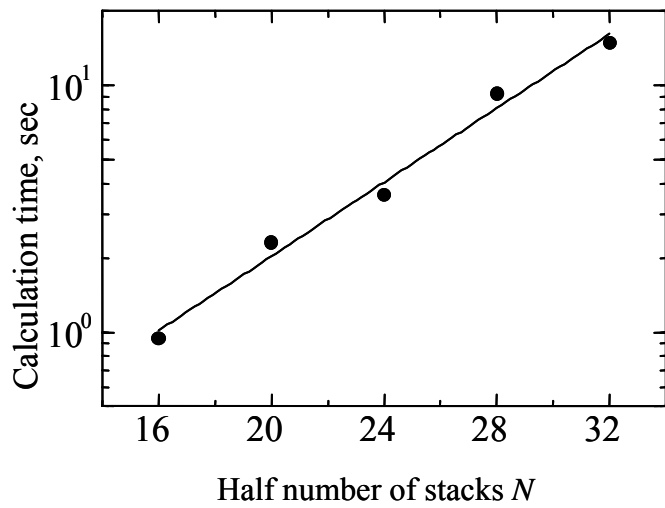


Fig. 3 Calculation time (Pentium II 400MHz)

フラクタル分枝限定法のPC計算時間 (PentiumII 400MHz) を図3に示す。図から、この計算は片側積層数 N に対して $O(1.2^N)$ であることがわかる。この結果から、フラクタル分枝限定法は計算時間の著しい短縮に貢献していることが明らかである。

6. 結論

複合材料積層構造の積層構成最適化問題に対して、積層構成が面内と面外の積層パラメータ V, W 空間でフラクタルな4面対図形を描くことを証明し、その積層構成の木構造の探索に対し、フラクタル分枝の枝刈のために、目的関数を面内と面外の積層パラメータ V, W の2次多項式の応答曲面で近似する手法に立脚したフラクタル分枝の見積もり手法を提案し、分枝限定法(フラクタル分枝限定法)を提案した。提案手法をハット型断面の補強構造の座屈荷重最適化問題に適

用し、その有効性を実証した。

参考文献

- (1) M. Miki, ASTM STP, 864, (1985) 387.
- (2) H. Fukunaga and H. Sekine, AIAA J., 30(1992)2791.
- (3) 薄, 機論, A, 55, 516(1989)1892.
- (4) R. Le Riche and R. T. Haftka, AIAA J., 31, (1993)951.
- (5) 轟, 渡辺, 小林, 機論, A, 60(1994)1266.
- (6) 福永, 関根, 日本航空宇宙学会誌, 42, (1994)371.
- (7) 座古, ほか3名, 材料, 45, 12(1996)1316.
- (8) 青木, 福嶋, 邊, 機論, A, 63 (1997)1028.
- (9) 太田, 成田, 引地, 第7回設計工学・システム部門講演会講演論文集(1997), 234.
- (10) 轟, Haftka, 機論, A, 64, 621(1998)1138
- (11) 轟, 石川, 機論, A, 66, 645(2000)978.
- (12) 轟, 笹井, 日本複合材料学会誌, 26-5, (2000)187.
- (13) 轟, 末永, 島村, 日本複合材料学会誌, 27-2, (2001)89.
- (14) 寺田, 轟, 島村, 機論, A, 66-644, (2000)714.
- (15) 寺田, 轟, 日本複合材料学会誌, 27-5, (2001)243.
- (16) 三木, ほか3名, 機械システム入門シリーズ8 複合材料, 共立出版(1997).