

マハラノビス距離を用いた判別分析による損傷同定法 (平板直交積層板の層間はく離検出法への適用)

岩崎 篤^{*1}, 轟 章^{*2}
島村佳伸^{*2}, 小林英男^{*2}

Damage Identification by Discriminant Analysis using Mahalanobis Distance

Atsushi IWASAKI, Akira TODOROKI
Yoshinobu SHIMAMURA and Hideo KOBAYASHI

The present paper proposes a new diagnostic tool for the structural health monitoring that employs a Mahalanobis Distance adopted in discriminant analysis. Structural health monitoring is a noticeable technology for aged civil structures. Most of the structural health monitoring systems adopts parametric method based on modeling or non-parametric method such as artificial neural networks or response surfaces. The conventional methods require FEM modeling of structure or a regression model. This modeling needs judgment of human, and it requires much costs. The present method does not require the process of modeling, in order to identify the damage level using the discriminant analysis. This suggest us, this technique is applicable to the health monitoring system, which identifies the damage of the structure, easily.

In the present study, we developed the damage identification method using minimum Mahalanobis Distance. We applied this method to identifications of delamination crack of CFRP Plate. As a result, it was shown that this method is effective for identification of damages.

Key Words: Mahalanobis Distance, Discriminant Analysis, Composites, Electric Potential Method, Delamination, Smart Structure

1. 緒 論

構造物にセンサーを設置し、センサー出力をモニタリングして構造機器の損傷を判定する構造モニタリング手法が近年注目されている^{①-③}。センサーから得られる測定データから損傷の発生を検知し、損傷量や位置を同定する判断部分には、構造機器を FEM モデル化して逆解析するパラメトリック法と、損傷データと損傷を直接関連付けるノンパラメトリック法がある。パラメトリック法は詳細な知見が得られる反面、あらかじめ損傷のモデル化や適切な逆問題解法の設定などに事前の詳細な検討が必要である。ノンパラメトリック法には事前の詳細な検討は不要であるが、学習用の多数の損傷とセンサーデータの測定結果(または計算結果)が必要である。一般的には損傷がセンサー出力に及ぼす影響が複雑な場合にはノンパラメトリック法が採用される。ノンパラメトリック法にはニューラルネットワークを用いる方法^{④-⑥}や応答曲面法^{⑦-⑨}を用

いる方法がある。ニューラルネットワークでは、適切なネットワークモデルの設定や過剰学習に至らない最適な学習回数^④の設定に試行錯誤が必要であり、応答曲面法では問題にあわせた適切な回帰モデルが必要である。これらの作業には多大な労力が必要とされる。

近年、品質工学の分野において、不良品判定^{⑩-⑫}や機械の故障判定^⑬にマハラノビス距離^⑭を用いた判別分析が採用されている。マハラノビス距離を用いた判別分析では、データの統計的分布に基づいて判別がなされるため、ニューラルネットワークのネットワークモデル設定や応答曲面法の回帰モデル設定などの作業が必要とされていない。しかし、従来は良不良の判定などに適用されているだけであり、損傷の程度や位置同定など、連続量の複雑な判定には用いられていない。そこで本研究では、マハラノビス距離を判別分析に適用し、センサー出力から損傷位置と損傷程度を判別する損傷同定法の可能性を検討することを目的とする。損傷同定としては、すでに著者らが実施した電気抵抗変化を用いた CFRP の層間はく離の位置と寸法を同定する問題に本手法を適用し、その有効性を確認する。

*原稿受付 2000年10月20日。

^{*1} 准員,東京工業大学大学院(〒152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1)

e-mail: aiwasaki@ginzamestitech.ac.jp

^{*2} 正員,東京工業大学工学部

2. マハラノビス距離を用いた判別分析

2.1 マハラノビス距離 判別分析とは、個体に固有の特性値から各個体が所属する群を判別する手法である。判別分析の判断基準は様々存在するが、群ごとの特性値分布がばらつきを持つ場合に多く用いられるのがマハラノビス距離である。

マハラノビス距離とは、変数間の相関を用いた指標であり、対象データの基準空間からの距離を表す距離尺度である。マハラノビス距離による判別分析は、線形判別関数を用いた場合に比較して計算手法が複雑であるが、判別すべき群々々に関する分散共分散行列が異なっている場合、判別精度が向上することが知られている。

説明変数を x とし、データ点数 N 、自由度 T における変数を x_{ij} ($i=1 \sim N, j=1 \sim T$) で表現するとした場合、マハラノビス距離 d は次式で定義される⁽⁴⁾。

$$d_{ij}^2 = \frac{1}{T} \sum_{l=1}^T \sum_{k=1}^T (X_{il} - X_{jl}) S_{lk}^{-1} (X_{ik} - X_{jk}) \quad (1)$$

ここで S は次式に示す標準化された分散共分散行列である。

$$S_{lk} = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T (X_{il} - \bar{X}_l)(X_{ik} - \bar{X}_k) \quad (2)$$

ここで X は変数 x を次式で標準化したものである。

$$X_{ij} = \frac{x_{ij} - \bar{x}_j}{\sigma_{x_j}} \quad (3)$$

マハラノビス距離を用いた判別分析では、基準データが作る特性値空間への帰属度から、対象の個体が所属する群を判別する。ある群に帰属することが既知のデータを基準データと呼び、各群の基準データの集合を基準空間と呼ぶ。

マハラノビス距離は基準空間に近ければ 1 に近い値をとり、基準空間との差異が大きくなると急激に大きな値をとる。そのため、判別すべきデータの各基準空間とのマハラノビス距離を計算し、最小のマハラノビスの距離を与える基準空間にそのデータは属すると判定できる。

2.2 マハラノビス距離による判別分析例 一例として、表 1 に示した 2 つのパラメータを持つデータの各基準からのマハラノビス距離を示す。

データ群とおのおののマハラノビス距離を表 1 に、データのパラメータとマハラノビス距離の一例を図 1 に示す。図のように、各群のデータは楕円で示した分布範囲を取る。一例として、No.6 のデータのマハラノビス距離を図中に示す。ユークリッド距離では群 B

に対する距離が短い、マハラノビス距離は基準空間のデータ点の分散に従って、短軸方向の距離は長くなるため、マハラノビス距離を用いることで群 A に帰属することが正しく判定できる。このようにマハラノビス距離を用いることで、データの分散を考慮に入れて帰属する基準空間を判別することが可能である。

Table 1 Result of estimation

No.	Group	Parameter		Mahalanobis Distance		Estimation
		X	Y	A	B	
1	A	80.0	47.0	0.2	32.5	A
2	A	79.0	15.0	1.2	54.4	A
3	A	44.0	42.0	2.1	5.3	A
4	A	162.0	80.0	1.7	151.4	A
5	A	12.0	7.0	1.7	1.4	*B
6	A	29.0	5.0	0.8	8.2	A
7	A	54.0	0.0	1.3	32.7	A
8	A	184.0	79.0	4.0	213.7	A
9	B	0.0	3.0	2.5	0.7	B
10	B	17.0	50.0	7.5	1.0	B
11	B	103.0	158.0	23.3	4.9	B
12	B	17.0	39.0	5.2	0.3	B
13	B	4.0	28.0	5.2	1.4	B
14	B	56.0	119.0	20.5	0.9	B
15	B	34.0	62.0	7.1	0.0	B
16	B	9.0	31.0	5.0	0.7	B

*Data of having failed in estimation.

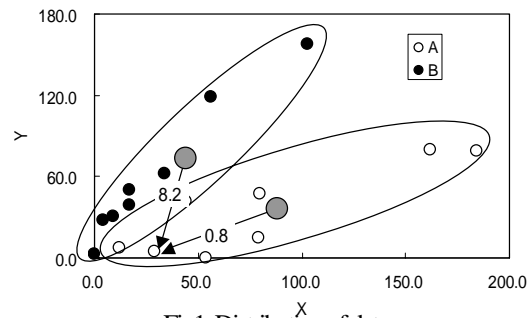


Fig1. Distribution of data (Mahalanobis distance of data No.6)

2.3 帰属率導出 データが正規分布に従うと仮定した場合、マハラノビス二乗距離は自由度 2 の二乗分布に従うため、マハラノビス距離から対象の判別群に分類される確率 (= 帰属率) が定量的に導出可能である。

マハラノビス二乗距離の確率密度関数は次式で定義される。

$$p_i = \frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2} D_i^2} \quad (4)$$

ここで p_i は基準空間 i に対する確率密度、 D_i は基準空間 i へのマハラノビス距離を示す。各基準空間への確率密度から、各基準空間 i への帰属率は次式で与えられる。

$$\frac{p_i}{\sum p_i} \quad (5)$$

一例として、表 1 のデータ番号 9 の帰属率を表 2 に示す。マハラノビス距離から、各水準に対する確率密度がそれぞれ求まる。帰属率は確率密度から式(5)で導出

され、基準空間 1 に帰属する確率が 5.3%，基準空間 2 に帰属する確率が 94.7%と定量的に導出可能である。

Table 2 Probability of belonging to each group(Data No.9)

	Mahalanobis Distance	Probability Density	Probability of Belonging
A	2.5	0.04	5.3%
B	0.7	0.78	94.7%

3. 電気抵抗変化法を用いた層間はく離同定問題

3-1 電気抵抗変化 複合材料積層構造物において大幅な機能低下を引き起こす層間はく離の同定は、その活用上非常に重要である。筆者らの一部は、炭素繊維の導電性を利用し、炭素繊維接触のネットワークが層間はく離で破壊されて電気抵抗変化を生じることから、この変化を積層板表面に作成した複数電極を用いて測定することで、層間はく離位置と寸法を定量的に同定する知的構造の開発を試みてきた。本研究ではマハラノビス距離による判別分析の実例として、既発表のデータを用いて平板積層板中の埋没はく離の電気抵抗変化法による同定を行った。

3-2 試験片および実験方法 実験データは文献 [7] で使用した値を用いた。詳細は文献 [7] に示されているので、ここでは、簡単に紹介する。図 2 に示される $[0_2/90_2]_s$ の積層平板のはく離発生による電気抵抗変化を測定するため、試験片の片側表面に電極を作成した。電極は表面層 0_2 方向に 5 行配置し、 90_2 方向に 2 列とした。電極は積層板成型時に積層板表面に厚さ 0.02mm の銅箔を一体成形した。はく離による電気抵抗変化の測定には電気抵抗ブリッジ法を用いている。

層間はく離は圧子押し込み方式の治具を用いて作成した。図 3 (a) に作成したはく離の C スキャン画像を示す。積層構成が $[0_2/90_2]_s$ であるため、はく離は電極側 $0/90$ 層間に発生し(図 3 (b))、 0_2 方向に長のような形状になっている⁽¹⁵⁾。実験では、羽形状の付け根をはく離位置と定義した。また、はく離寸法に関しては複数考えられるが、C スキャンの投影最大寸法、すなわち図 3 (a) 中の a, b, c の最大値と定義した。

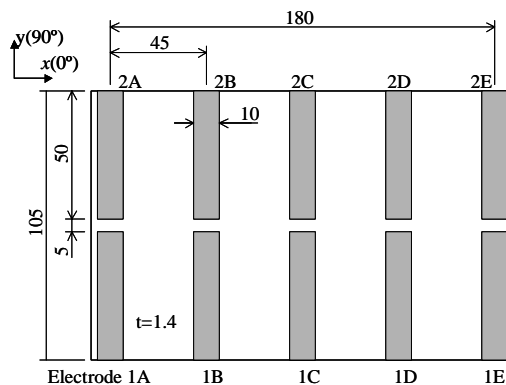
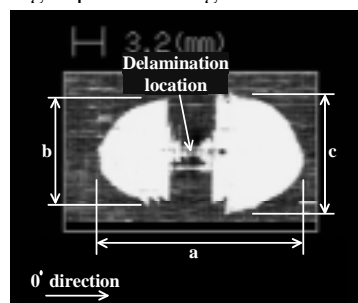
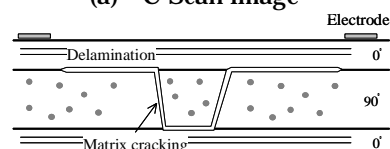


Fig.2 Specimen configuration



(a) C-Scan image



(b) Schematic image of cross section

Fig.3 Delamination configuration

4. 最小マハラノビス距離を用いた平板試験片の層間はく離同定

4-1 はく離同定手順 本論文では基準データとして 64 点の実測データを、また、同定精度確認のために、新規データとして 12 点の実測データを用いた。データははく離の x 方向位置、 y 方向位置、はく離寸法、電極間の 8 個の電気抵抗変化を利用した(表 3 参照)。はく離同定の手順を以下に示す。

(1) 様々な寸法・位置のはく離により生じる平板の電気抵抗変化を測定し、これを基準データとする。

Table 3 Data for estimation

Test No.	Position		Size [mm]	Resistance Change Ratio							
	x[mm]	y[mm]		1AB	1BC	1CD	1DE	2AB	2BC	2CD	2DE
1	111.5	81	18.75	1	4	5	-2	2	23	159	148
2	27.42	23.16	14.78	75	62	0	-1	-1	-2	-2	-1
3	66.84	77.66	17.51	0	1	0	0	56	119	59	4
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
64	158.47	84.23	16.95	-4	-4	-3	-3	-5	0	100	128
ND1	20.65	54.52	20.9	18	7	0	-1	44	42	0	0
ND2	157.59	25.16	25.05	0	3	78	140	0	1	3	3
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
ND12	22.28	77.63	13.15	0	0	0	2	29	5	6	1

- (2)はく離の位置および寸法の水準を設定し、各水準に帰属する基準データから各水準の基準空間を作成する。
 (3)各基準空間の統計量を計算。
 (4)各基準空間の統計量を用い、推定する測定データのマハラノビス距離を導出。
 (5)マハラノビス距離から測定点の帰属する水準を推定。

4.2 水準分割 判別分析とは、特定の個体が属している集団を個体の幾種類かの特性値から判別する分析手法であり、そのため個体を分類する判別群を事前に作成する必要がある。本研究では、 x 方向位置、 y 方向位置、寸法をそれぞれ水準分割し、この水準を判別群とした。 x 方向位置、 y 方向位置の水準定義を図4に示す。 x 方向は電極間ごとの4水準、 y 方向は2水準に分割した。またはく離寸法は、はく離最大寸法を水準1(13 x <17)、水準2(17 x <21)、水準3(21 x <25)の3水準に分割した。64個の基準データの各水準への分割数を表4に示す。表4に示されるように生成時に制御の困難なはく離寸法をのぞいてほぼ均等にはく離を作成している。以降、各水準に帰属する基準データ群による基準空間を水準空間と呼ぶ。

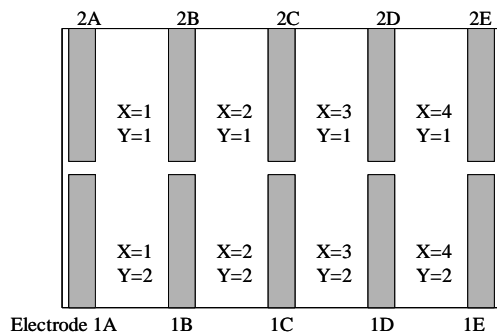


Fig 4. Level division of the specimen

Table 4 Level distribution of measured data

		Level			
		1	2	3	4
Initial Data	X	16	18	15	15
	Y	28	38	---	---
	Size	31	14	19	---
New Data	X	3	3	3	3
	Y	5	7	---	---
	Size	6	3	3	---

4.3 同定結果 電極間の電気抵抗変化を用いてマハラノビス距離を導出し、マハラノビス距離からはく離の位置、寸法の同定を試みた。この際、はく離は、最小のマハラノビス距離を取る水準空間に帰属すると判定した。マハラノビス距離導出の際には水準ごとに式(3)に従って標準化し、各水準あたり1つの水準空間を作成した。また新規データについては、マハラノビスの水準空間を作成したときの平均値と標準偏差を用いることによりデータを標準化し、各水準空間の統計量を用いてマハラノビス距離を求める。

4.3.1 位置同定 水準空間設定に用いた基準データと、水準空間に使わなかった新規データ各々についてマハラノビス距離を計算した。水準空間から求めたマハラノビス距離分布を図5(a)~(f)に示す。各図横軸が位置水準、縦軸が計算したマハラノビス距離を示しており、図中の印が基準データ、印が新規データを示している。例として図5(a)は、実測位置水準が $X=1$ のはく離の各水準へのマハラノビス距離を示している。図に見られる様に、実測位置水準が1のデータ点は水準空間1に対し、他水準に対するよりも明確に小さいマハラノビス距離を持つ。また、新規データも同様の傾向を示した。実験の結果、すべての X 方向 Y 方向の位置水準に対して同様の傾向を示した(図5(b)~(f))。基準データ、新規データの各水準空間へのマハラノビス距離の平均値を表5に示す。基準データ、新規データ共に実測による位置水準に対するマハラノビス距離と、他の位置水準に対するマハラノビス距離の平均値は大きく異なっている。ここで最小のマハラノビス距離を取る水準空間にはく離は帰属しているとした際の、はく離位置同定の正答率を表5に示す。基準データに関してはほぼ100%、新規データに対しても80%以上の推定精度を示しており、位置に対し、高い判別能力を持つことが示された。

Table 5 Reliability of estimation(Location)

		Average of Maharanobis Distance		Reliability of Estimation
		MD from Measured location level	MD from Another location level	
Initial Data	X	7.5	7420	95.3%
	Y	7.75	890	98.4%
New Data	X	22.8	1670	83.3%
	Y	41.3	212	83.3%

4.3.2 寸法同定 次に、同様にはく離寸法の同定を試みる。基準データ、測定データのマハラノビス距離分布を図6(a)~(c)に示す。基準データ、新規データ共に実水準、他水準に対して位置のような明確な差を示しておらず同定が困難であることがわかる。また、各水準空間へのマハラノビス距離の平均値を表6に示す。実際、位置同定に比して、他水準空間へのマハラノビス距離が全体的に低く、基準データ、新規データ共に寸法に関しては同定が困難である。最小のマハラノビス距離を取る水準空間にはく離が帰属しているとして同定を行った場合の正答率を表6に示すが、マハラノビス距離が全体的に低い水準にあるため、基準データに対し約60%、新規データに対し約40%と同定性能が位置に比べ大きく低下している。しかしながら、表6に示されるように、実寸法水準へのマハラノビス距離は十分小さく、このことから本来の水準空間に帰

属する確率が高いと推定できる．そこで，次章でマハラノビス距離から対象水準群への帰属率を定量的に導出し，寸法領域の同定を試みる．

Table 6 Reliability of estimation (Size)

	Average of Maharanobis Distance		Reliability of Estimation
	MD from Measured Size level	MD from Another Size level	
Initial Size	7.63	41.2	62.5%
New Size	5.73	5.68	41.7%

5. 水準帰属率を用いた層間はく離同定

5.1 水準帰属率 複数の水準空間に近い性質を持つデータに関しては，複数の水準空間に対し低いマハラノビス距離を有し，これが誤判別の要因となる．しかしながら，実際のヘルスマonitoringに本手法を適用する場合，損傷が危険領域に達していることを判定することが最重要の課題であり，一意に帰属する水準を確定する必要はなく，特定の危険水準に帰属する確率を判定できることが最も重要である．マハラノビス距離はデータが正規分布に従うと仮定した場合，そ

の確率密度が自由度2の二乗分布に従うため，マハラノビス距離の値から対象の判別群に分類される確率，すなわち水準への帰属率が定量的に導出可能である．そこで本章では，マハラノビス距離から実水準区間への帰属率を導出し，有意な確率水準を設定することで，寸法同定の判別能力向上を試みる．

5.2 有意水準を用いた層間はく離同定 本章では，導出された確率から損傷を判定することを試みる．ここでは帰属率が反に1/3以上であれば，その領域にあると仮定し，有意水準として33%を設定した．基準データ，新規データあわせの場合のマハラノビス距離最小による同定精度と，確率境界33%による同定結果を表7に示す．表7(a)は，任意のデータが測定された水準に判別された確率を，表7(b)は他水準に判別された確率を示す．位置同定に関してはマハラノビス距離最小での推定精度が十分高く，そのため，有意水準を設定した場合にもその推定精度に大きな向上は見られなかった．しかしながら，マハラノビス距離最小

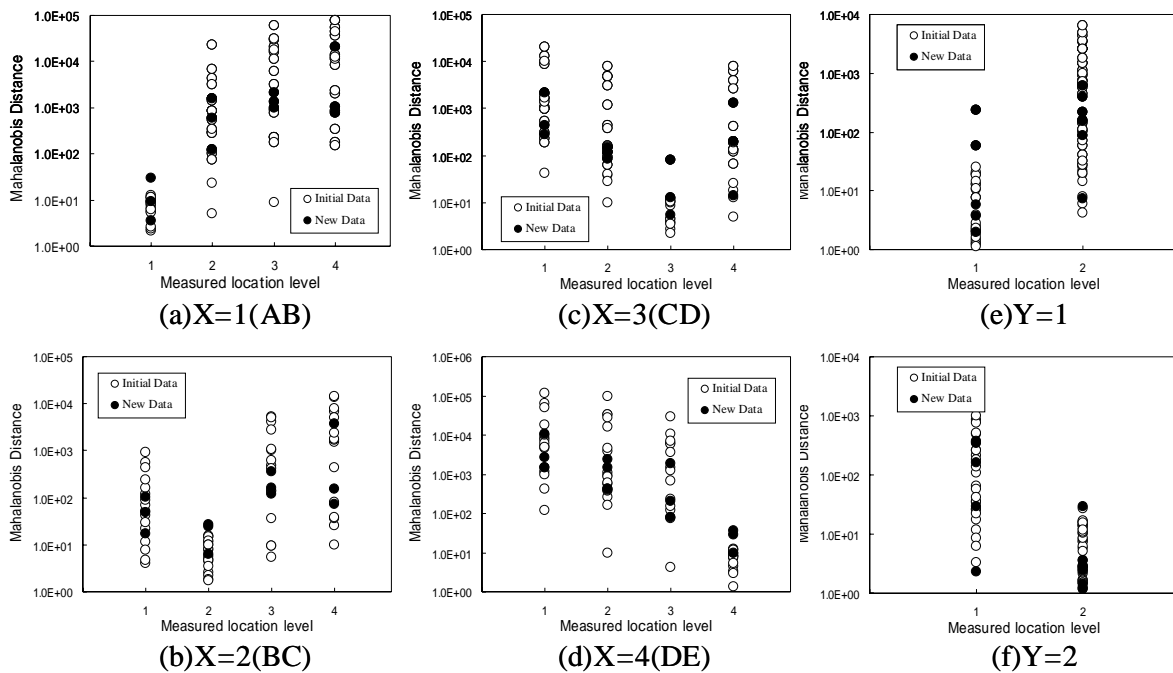


Fig5. Distribution of Mahalanobis distance from each location level

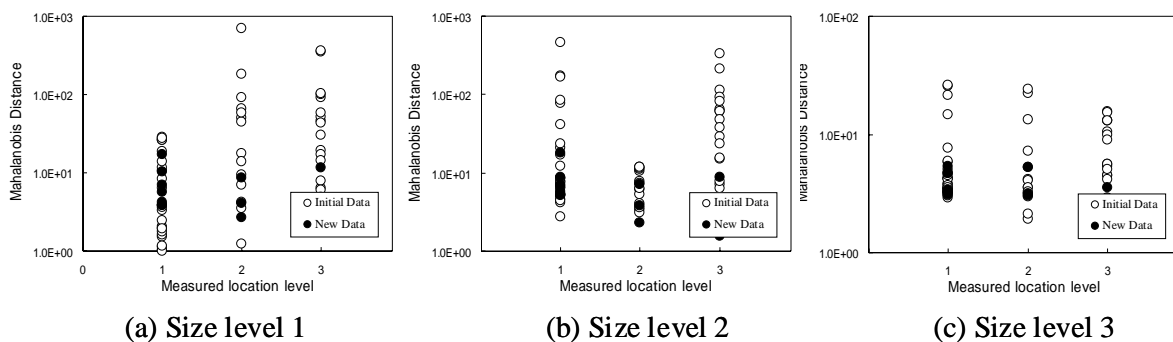


Fig 6. Distribution of Mahalanobis distance from each size level

では高い推定精度を得ることができなかったはく離寸法同定においては、その判定能力は向上しており、有意水準を設定することで危険性の確率的な推定が可能であることが示された。また、同様に有意水準に20%を設定した場合の推定結果を表7にあわせて示す。このように有意水準を低下させることで判定率の向上と共に誤判定率も上昇する。今後は適切な有意水準の設定が必要となる。

以上の結果から本手法が、直交積層板の埋没はく離の位置と寸法同定に対して有効であることが実証された。本手法の実構造物への適用に関しては今後さらに研究を進め検討を進める必要がある。

Table 7 Estimation performance

(a) Valid				
		X	Y	Size
Minimum MD		93.4%	96.1%	59.2%
Probability Border	33%	93.4%	96.1%	68.4%
	20%	96.1%	96.1%	78.9%

(b) Error				
		X	Y	Size
Minimum MD		6.4%	3.9%	40.8%
Probability Border	33%	10.5%	5.3%	46.1%
	20%	12.3%	9.2%	69.7%

6. 結 言

マハラノビス距離を判別指標とした判別分析により、構造物の損傷を定量的に同定する手法の提案を行い、直交積層平板試験片の層間はく離の位置、寸法同定に適用し、実験的検証を行った。得られた結果は以下の通りである。

- (1) マハラノビス距離を利用した判別分析を構造物の損傷同定に適用することで、構造の FEM モデルや回帰モデルなしに損傷の同定を行うことが可能である。
- (2) 層間はく離の位置および寸法を水準分割し、最小のマハラノビス距離を取る水準に帰属すると判定することで損傷の同定が可能である。
- (3) 層間はく離の位置および寸法を水準分割して分類した群に対し、各群に帰属する確率が、マハラノビス距離を用いて定量的に導出可能であり、層間はく離の危険性の確率的推定が可能である。

参考文献

- (1) A.E.Aktan, A.J.Helmicki and V.J.Hunt, *Smart Mater. Structure*, 7(1998), 674-692
- (2) J.P.Daryii, A.L.Philip, *Smart Mater. Structure*, 7(1998), 627-636
- (3) R.L.Idriss, M.B.Kodindouma, A.D.Kersey and M.A.Davis, *Smart Mater. Structure*, 7(1998), 209-216
- (4) 邊吾一, 西恭一, 黄一正, 藤川由美, *機論*, 62-602, A(1996), 2338-2343
- (5) 朝倉俊行, 中出勇, 福田繁伸, *機論*, 62-596, C(1996), 1270-1276
- (6) A.C.Okafor, K.Chandrashekhara, Y.P.Jiang *Smart Mater. Structure*, 5(1996), 338-347
- (7) 轟章, 田中雄樹, 島村佳伸, *複合材料学会*, 27-32(2001), 137-145
- (8) 稲田貴臣, 島村佳伸, 轟章, 小林英男, 中村春夫, *機論*, 65-632, A(1999), 776-782
- (9) C.H.Keilers Jr, FUKUO CHANG, *J of intelligent materials systems and structures*, 6(1995), 664-672
- (10) 田口玄一, *品質工学*, 2-4(1994), 32-38
- (11) R.Jugulum, 田口伸, K.Yang, *品質工学*, 7-5(1999), 69-72
- (12) 手島晶一, 板東友則, 金丹, *品質工学*, 5-5(1997), 38-45
- (13) 松田里香, 池田佳起, 鴨下隆志, 東原和行, *品質工学*, 7-5(1999), 55-61
- (14) Mahalanobis P.C.: *Proc. Natl. Institute of Science of India*, 2-49, 1936
- (15) 青木雄一郎, 末益博志, 間島理, 第24回複合材料シンポジウム講演要旨集, 日本複合材料学会, (1999), 163-164