

フラクタル分枝限定法による超音速フラッタ速度向上 の複合材料積層構成最適化

轟 章^{*1}, 平野 義 鎮^{*2}

Stacking Sequence Optimizations of Composites to Improve Panel Flutter at Supersonic Mach Numbers using Fractal Branch and Bound Method

Akira TODOROKI and Yoshiyasu HIRANO

Fractal branch and bound method has developed by authors for optimization of stacking sequences to maximize buckling load of composite structures. The method demands an approximation of a design space with a response surface of quadratic polynomials for trimming fractal branches of stacking sequences. The approximation of the objective function with quadratic polynomials has been confirmed for the buckling load maximizations using lamination parameters as predictors. Although maximizations of flutter limits of composite panels for supersonic flow has already shown by several researchers, it is not clarified that the design space of the supersonic flutter limit can be approximated with quadratic polynomials. The present paper describes the theoretical background of the fractal branch and bound method, and approximations using quadratic polynomials with lamination parameters as predictors are performed to investigate the effectiveness of the method for the supersonic panel flutter of composite laminates. As a result, the method is successfully applied, and the practical optimal stacking sequence is obtained using modified response surfaces.

Key Words: Composites, Optimizations, Stacking sequence, Flutter, Supersonic, Response surface

1. 緒 言

近年、次世代超音速旅客機の開発を目指した研究開発が世界各国で開始されている。この次世代超音速旅客機では多くの構造部分に複合材料を用いることが検討されている。航空機用複合材料はプリプレグシートを多方向に積層した積層板構造であり、その特性を引き出すには積層構成の最適設計が必要不可欠である。三木⁽¹⁾や福永ら⁽²⁾は積層パラメータを用いた積層構成最適化手法を提案している。

実機複合材料構造では、製造上の理由のみならず、設計上必要な実験データの不足に起因して、実現可能な積層構成が 0° , $\pm 45^\circ$, 90° に限定されている場合が多い。また、巨大なマトリックス割れの防止などの観点からいくつかの積層構成の拘束が存在する。

これらの要求から、積層構成最適化問題は拘束条件のある組み合わせ最適化問題となる。これに対して、著者らのグループでは、遺伝的アルゴリズム (GA) を用いた積層構成最適化手法を提案している⁽³⁾⁻⁽⁵⁾。しかし、GAは評価を繰り返すため、計算コストが高い。そこで、GAの個体評価を積層パラメータ変数とする応答曲面で置き換えた手法を提案している⁽⁶⁾⁻⁽⁸⁾。これらの研究によって積層パラメータを変数とすると多くの座屈荷重最大化問題で、2次多項式で座屈荷重が近似可能であることが明らかになった。

目的関数が2次多項式で近似可能であることを利用することで、さらに低コストの積層構成最適化手法が可能であることが著者らの研究によって明らかになった。面外積層構成は外側から考えることによって簡単に積層パラメータ空間上でフラクタル図形を描くことが明らかになり、これを利用したフラクタル分枝限定法を提案した⁽⁹⁾。

本研究では、座屈問題よりもさらに計算コストのかかる流体と構造の連成問題である超音速機のパネ

原稿受付 0000年0月0日。

*1 東京工業大学 (152 8552 東京都目黒区大岡山2 12 1)
Tokyo Institute of Technology, E-mail: atodorok@ginza.mes.titech.ac.jp

*2 東京工業大学 大学院

ルフラッタ問題に着目する。フラッタ問題では、モード変化に起因するフラッタ限界速度の急変や⁽¹⁰⁾、複数の極大値の出現⁽¹¹⁾が報告されており、フラクタル分枝限定法を適用するためには2次多項式の近似の有効性を確認する必要がある。そこで、パネルフラッタ限界速度を最大化する積層構成最適化問題を取り上げ、計算コストの大幅削減になる2次多項式による応答曲面近似が可能であることを確認することを目的として、既に解析解が示されている矩形板の超音速パネルフラッタ問題⁽¹⁰⁾⁻⁽¹²⁾を取り上げる。そこで、本研究では実際にその最適化手順を示し、最適化の実例を示す。

2. 超音速パネルフラッタ問題

周辺単純支持の矩形対称積層板(a×b)を考える(図1参照)。この板の上面には速度V一定の均一な超音速流がある。超音速流は定常状態であれば、定常状態からの微小変動だけに着目した近似によってポテンシャル流として近似される。パネルの振動による微小な超音速流の変動だけに着目すれば、パネルの振動基礎方程式は次式となる。

$$D_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_{22} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = -\rho_L h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + p(x, y, t) \quad (1)$$

ここでw(x,y,z)は積層板のz方向のたわみ、ρ_Lは積層板の密度、hは積層板の厚さである。式(1)のD₁₁, D₁₂, D₂₂, D₆₆は積層板の曲げ剛性マトリックスの各成分である⁽³⁾。ここでは積層板は対称積層で、繊維配向角は0°, ±45°, 90°に限定し、45°層および45°層は1層ずつ交互に必ず配置されているとしてD₁₆, D₂₆は十分小さくなるとして無視した。p(x,y,t)は定常状態の超音速流Vからの微小変動による微小圧力変動であり、次式で表される。

$$p(x, y, z) = - \left(\lambda \frac{\partial w}{\partial x} \cos \varphi + \lambda \frac{\partial w}{\partial y} \sin \varphi + \mu \frac{\partial w}{\partial t} \right) \quad (2)$$

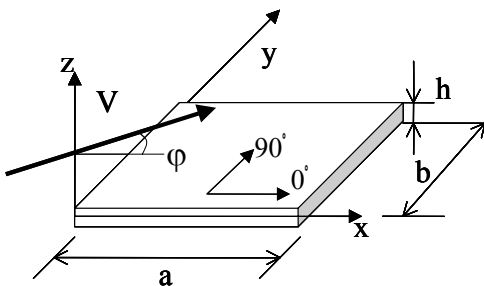


Fig.1 Coordinates of the laminate and supersonic flow

式(2)において、φは超音速流の平板に対する入射角である。λおよびμはフラッタ動圧パラメータと空力減衰パラメータであり、一様な定常空気流の動圧qとマッハ数Mを用いて次式で表される。

$$\lambda = -\frac{2q}{\sqrt{M^2 - 1}}, \quad \mu = \frac{\lambda(M^2 - 2)}{V(M^2 - 1)} \quad (3)$$

周辺単純支持の矩形平板の変位関数を次式で近似する。

$$w(x, y, t) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N A_{mn} e^{i\omega t} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (4)$$

式(4)を式(1)に代入することで最終的に以下の複素固有値問題に帰着する。

$$\{[\mathbf{K}] + \lambda[\mathbf{K}_A]\} \{\mathbf{A}\} = \kappa[\mathbf{M}]\{\mathbf{A}\} \quad (5)$$

マッハ数Mつまりλを変えて固有値κを計算し、それから振動数ωの虚部と実部を求めて異なる振動モードの振動数が重複して漸増する振動の開始点を、限界フラッタ動圧パラメータλ_{cr}とする。得られたλ_{cr}は次式のように規格化して表示する。

$$\lambda_{cr}^* = \frac{a^3}{D_0} \lambda_{cr} \quad (6)$$

ここで、D₀は積層構成がすべて0°層の場合の曲げ剛性D₁₁である。

積層構成が変わると式(1)の曲げ剛性が変化し、フラッタ限界速度λ_{cr}*が変化する。λ_{cr}*の最大化積層構成を求めることが本研究の最適化問題となる。

解析に用いた材料物性値はE_L=142GPa, E_T=10.8GPa, G_{LT}=5.49GPa, ν_L=0.3, ρ=1.5×10³Kg/m³である。

具体的な最適化問題例として矩形板(アスペクト比ab=1, h=1.2×10⁻²m)に角度φ=30°の超音速流が流れる例(正方形問題)と実機の超音速機の適応を模擬する例としてφ=60°, 平板のアスペクト比ab=1/3の場合(長方形問題)の2種類の最適化を実施した(図2参照)。

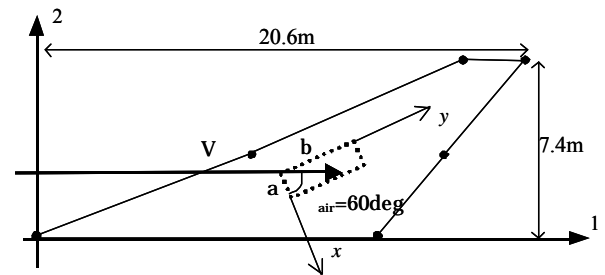


Fig.2 Coordinate of SST wing and supersonic flow

3 フラクタル分枝限定法による最適化手法

2.1 最適化の流れ フラクタル分枝限定法による積層構成最適化では、目的関数の近似関数の応答曲面作成から実施される。ここでは目的関数は限

界フラッタ動圧パラメータ c^* である． c^* は式(1)に示すように積層板の曲げ剛性だけが関係しているため，曲げ剛性と関連する面外積層パラメータだけが関連する⁽³⁾．繊維配向角度が限定されていることとアングルプライの ± 45 層が交互にバランスしていることから面外積層パラメータの W_3^*, W_4^* はゼロとみなされる．面外積層パラメータ (W_1^*, W_2^*) を変数とし，限界フラッタ動圧パラメータ λ_{cr}^* を応答とする応答曲面を作成する．作成には，参考文献 [6] と同じ方法で，面外積層パラメータの実現可能空間から候補点を作成して，D最適基準で実験計画を実施し，応答曲面作成に最適な実験点を選択する．選択された点 (W_1^*, W_2^*) でフラッタ解析を実施して応答 λ_{cr}^* (限界フラッタ動圧パラメータ) を求め，最小二乗法から 2 次多項式の応答曲面を求める．得られた応答曲面を使用してフラクタル分枝限定法で応答を最大化する積層構成を求める．

2.2 積層パラメータ 積層数 $2N_s$ の対称積層板の各プライの番号付けを外側から $1 \dots N$ とする．この積層板の面外積層パラメータ (W_1^*, W_2^*) は次式で定義される．

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} W_1^* \\ W_2^* \end{bmatrix} = \frac{3}{i^3 N_s^3} \sum_{k=1}^{N_s} \left\{ (N_s - k + 1)^3 - (N_s - k)^3 \right\} \begin{bmatrix} \cos 2\theta \\ \cos 4\theta \end{bmatrix} \quad (7)$$

ここで k は外側から数えた総番号である．積層パラメータを使うことで曲げ剛性式は字式で簡単に表される．ここで U_i ($i=1,2,3$) は 1 層の材料定数から決まる値である．

$$\begin{bmatrix} D_{11} \\ D_{22} \\ D_{12} \\ D_{66} \end{bmatrix} = \frac{h^3}{12} \begin{bmatrix} U_1 & W_1^* & W_2^* \\ U_1 & -W_1^* & W_2^* \\ U_4 & 0 & -W_2^* \\ U_5 & 0 & -W_2^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} \quad (8)$$

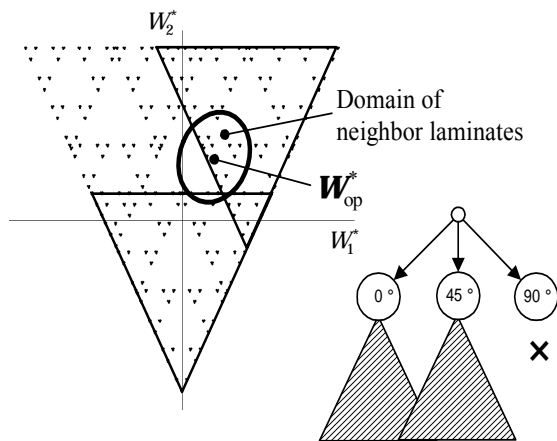


Fig.3 Fractal structure of design space

2.3 実験計画と応答曲面の作成

応答曲面の応答は限界フラッタ動圧パラメータ (λ_{cr}^*) であり，変数は面外積層パラメータ (W_1^*, W_2^*) である．簡単のために， $y = \lambda_{cr}^*$, $x_1 = W_1^*$, $x_2 = W_2^*$ と置き換える．2 次多項式を用いて応答曲面は次式となる．

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_1^2 + \beta_4 x_2^2 + \beta_5 x_1 x_2 \quad (9)$$

未知係数は 6 個であり，経験的に 12 点の解析で最小 2 乗法で応答 y が近似できる．応答曲面の近似を良くするために実験計画を実施する．積層パラメータ空間は繊維配向角が $0^\circ, \pm 45^\circ, 90^\circ$ に限定されているため， $(W_1^*, W_2^*) = (-1,1), (1,1), (0,-1)$ の 3 点に囲まれた三角形領域になる．そこで，D最適基準を用いて応答曲面作成に適切な 12 個の積層構成を選択する．詳細は文献[6-8]に詳しい．

2.4 フラクタル分枝限定法 面外積層パラメータは式(7)に示すように外側から層位置を数えることで簡単な数列となる．また，繊維配向角が限定されているため，式(7)中の $(\cos 2\theta, \cos 4\theta)$ はそれぞれ $0^\circ = (1, 1)$, $\pm 45^\circ = (0, -1)$, $90^\circ = (-1, 1)$ となり，先に述べた積層パラメータ空間上の (W_1^*, W_2^*) の三角形の頂点ベクトルと一致する．加えて，式(7)の各ベクトルの係数は $0 \sim 1$ の実数であるので，積層パラメータ空間上の任意の積層構成はこれら 3 つのベクトルの線形和となる．そのため，実現可能な全積層構成を積層パラメータ空間上にプロットすると三角形内部にフラクタル図形を描く．例として図 3 に，片側 6 層 (12 層対象積層) のフラクタル図形を示す．

外側が 0° 層から開始される積層構成は図中の右上の三角形内に存在する．同様に，外側が 90° 層から開始される積層構成は左上の三角形， $\pm 45^\circ$ 層から開始される積層構成は下の三角形領域である．このようにして，フラクタル性に基づいて積層パラメータを連続変数とした場合の仮の最適積層構成ベクトル W_{op}^* の周辺の最適積層構成候補の集合を容易に探索する枝刈りができる．探索した積層構成から拘束条件に適合し，応答曲面を最大(最小)化する積層構成を総当りで探索する．図 3 の場合，仮の最適解 W_{op}^* の近接領域は 0° 層と 45° 層から始まる積層構成の集合である三角形領域を含むが， 90° 層から始まる積層構成の集合である三角形領域を含まない．そこで， 90° 層から始まる探索は削除することができる．この操作を内側の層に向けて繰り返すことで探索の枝刈りを実施する．フラクタル分枝限定法の詳細に関しては参考文献[9]に詳しい．

3. 計算結果と考察

3.1 正方形平板の最適化結果 D最適基準で選択する (W_1^*, W_2^*) の候補点 45 点と選択された 12 個の点を

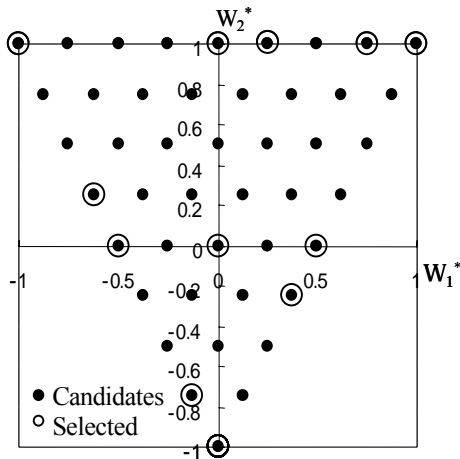


Fig.4 Candidate points and selected points

図4に示す。ただし、原点付近のバイアスを減少させるために必ず原点を含めるようにD最適を実施している。

選択された12個の点においてフラッタ解析を実施した。解析を行う際、式(4)の変位関数を4次まで考慮した。解析に用いた材料物性値は $E_L=142\text{GPa}$, $E_T=10.8\text{GPa}$, $G_{LT}=5.49\text{GPa}$, $\nu_L=0.3$, $\rho=1.5 \times 10^3\text{Kg/m}^3$ である。パネルは先に述べたように周辺単純支持, $\varphi=30^\circ$, $a/b=1$, $h=1.2 \times 10^{-2}\text{m}$ である。得られた12点の解析結果から最小二乗法で応答曲面を求めた。得られた応答曲面を図5に示す。また、比較検討のため、図4に示す全ての点でフラッタ解析を実施し、真の限界フラッタ動圧パラメータの等高線図を求めた。これを図6に示す。

図5, 6の比較から明らかなように、真の限界フラッタ動圧パラメータの解空間は鞍型の2つの山を有する形状であるが、図5の応答曲面の結果は真の最適解周辺(辺AB上)において近似が悪く、辺AB上に存在する山を近似できていない。そこで、辺AB上の応答曲面の計算結果と解析値の結果の比較を行った。これを図7に示す。図中矢印で示された点において、最大値周辺の低い λ_{cr}^* 値の影響で2次多項式が低く近似され、 λ_{cr}^* 値の最大値が一つだけ近似曲線から外れてしまっている。これが最適値周辺で近似が悪化する原因となっている。

これは図6に認められるように解空間が、最適値周辺でやや急激に変化していることに起因している。このように孤立した1点だけが高い値を示すような場合には、全ての結果を均等に扱って周囲の点に埋没して近似が悪化する恐れがある。解析値には実験誤差が含まれないことから、高い値のはずれ値も信頼できる値である。そこで、12個の解析値から最大値を選択し、その最大値周辺の近似精度を上げることを目的として最大値だけを3点重複して回帰に追加し、合計15点として回帰を実施した。このよ

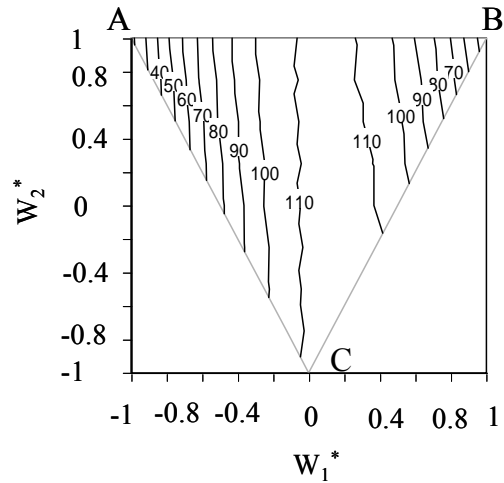


Fig.5 Contour plot of response surface $\varphi=30$ $a/b=1$

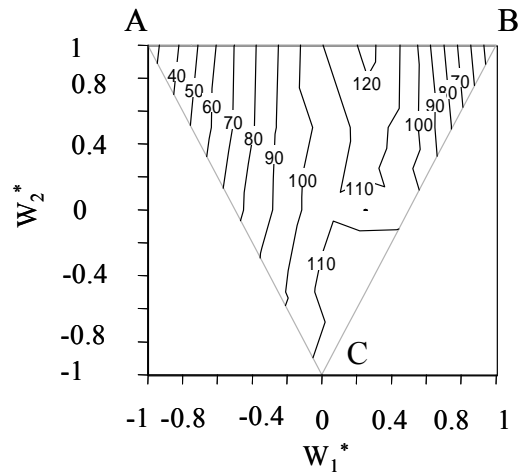


Fig.6 Contour plot of actual flutter speed limit $\varphi=30$ $a/b=1$

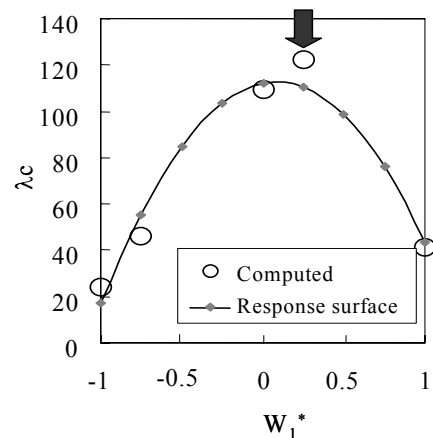


Fig.7 Comparison of flutter speed limit on AB $\varphi=30$ $a/b=1$

うに応答曲面の回帰を修正することで、最大値近傍のバイアスを減少させることができる。

15点による回帰で得られた修正応答曲面の等高線図を図8に示す。図から明らかなように、辺AB上の最大値周辺に極大値が生じており、最大値周辺の近似が向上していることが分かる。この応答曲面

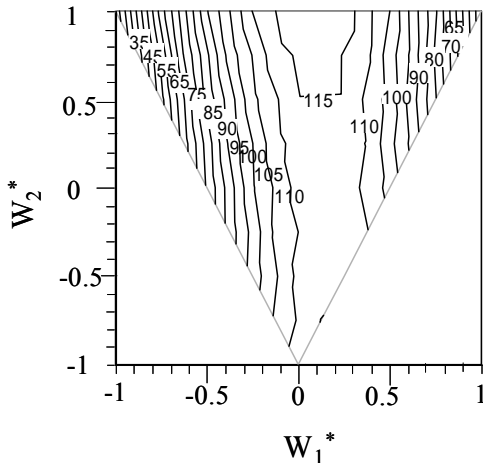


Fig.8 Contour plot of modified response surface $\phi=30$ $a/b=1$

を用いて片側 8 層 (16 層対象積層) における積層構成最適化をフラクタル分枝限定法で実施した。結果として得られた最適積層構成は $[(0/90)_4]_8$ である。この積層構成の積層パラメータ空間での座標は $(0.25, 1)$ である。得られた最適積層構成の積層パラメータ空間における周辺の解析を実施して最適性を検討したところ、真の最適解と一致していることが確認された。また、このときの λ_{cr}^* の値は 126.0 である。

3.2 長方形平板の最適化結果 D最適で得られた解析点の座標は前例と同じである (図 4 参照)。同様に 12 点で解析を実施し、最大値の値だけを 3 点加えて、合計 15 個の帰点をを用いて応答曲面を求めた。得られた応答曲面の等高線図を図 10 に示す。比較のため、同様に全ての候補点において解析を実施した解析結果から真の境界フラッタ動圧パラメータの等高線図を求めた。これを図 11 に示す。両者を比較すると、最大値周辺の座標はほぼ一致していることが分かる。この場合には、図 11 から明らかのように、境界フラッタ動圧パラメータが急変するため、等高線図に複雑な折れ曲がり点が発生している。このため、積層パラメータを変数とした場合、微分不可能点が存在し、数理計画法では最適化が容易ではないことが知られている⁽¹⁰⁾。

全体の応答曲面はこの急変の影響を受けず、概略としての最大値を良く近似している。この応答曲面を用いて、片側 8 層 (16 層対象積層) における積層構成最適化をフラクタル分枝限定法で実施した。結果として得られた最適積層構成は $[45/45/45/90_3]_8$ である。この積層構成の積層パラメータ空間での座標は $(0.025, -0.98)$ である。また、この時の α^* の値は 20.4 である。得られた最適積層構成の積層パラメータ空間における周辺の解析を実施して最適性を検討したところ、真の最適積層構成は $[(45/45)_4]_8$ であり、この積層構成の積層パラメータ空間での座標は $(0, -1)$ である。また、この時の α^* の値は 20.9 であっ

た。フラクタル分枝限定法によって得られた境界フラッタ動圧パラメータと真の最適解との誤差は 2.4% 以下である。

実際の解析では得られた最適積層構成で再度解析を実施し、近似の境界フラッタ動圧パラメータではなく、フラッタ解析から境界フラッタ動圧パラメータを求めるため、近似の絶対値よりもむしろ最大値を与える積層パラメータ空間上の座標点の近似が的確に近似されている必要がある。このような観点から、複雑な境界フラッタ動圧パラメータの応答においても、2 次多項式による近似が適用可能であることが明らかになった。2 次多項式による応答曲面近似が可能であれば、積層構成最適化にフラクタル分枝限定法を適用することができ、簡便に最適積層構成を得ることができる。

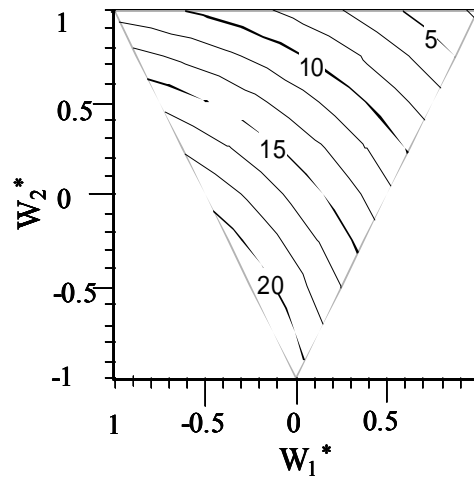


Fig.10 Contour plot of response surface $\phi=60$

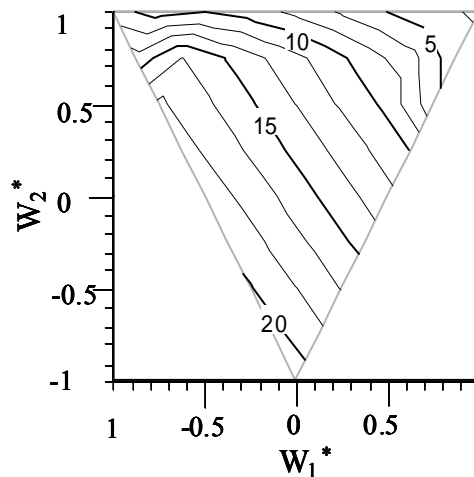


Fig.11 Contour plot of flutter speed limit $\phi=60$

4. 結 論

複合材料積層板の積層構成最適化において、フラクタル分枝限定法を提案してきた。フラクタル分枝限定法では積層パラメータ空間で目的関数を精度良

く2次多項式近似する応答曲面を作成する必要がある。本研究では、超音速フラッタの積層パネルでの限界フラッタ動圧パラメータ最大化の積層構成最適化問題にフラクタル分枝限定法を適用しその有効性を検証してきた。得られた結論は以下のとおりである。

- (1) 限界フラッタ動圧パラメータ最大化問題においては、D最適基準で得られた最大値周辺の回帰精度を上げるため、複数回回帰データを用いる修正応答曲面法により、適切な精度の2次多項式応答曲面が得られることが明らかになった。
- (2) 修正応答曲面を用いることで、限界フラッタ動圧パラメータ最大化の積層構成最低か問題でもフラクタル分枝限定法が適用可能であることが示された。

- (8) 轟, 笹井, 日本複合材料学会誌, 26-5, (2000) . 187-197
- (9) 寺田, 轟, 島村, 機論 (A), 66-644, 2000, 714
- (10) 亀山, 他3名, 第14回計算力学講演会公演論文集, 01-10, 2001, 511
- (11) 佐藤, 福永, 関根, 機論 (C), 64-619, 1998, 1013 .
- (12) 加鳥, 西村, 機論 (C), 58-546, 1992, 330 .

文 献

- (1) Miki,M.,ASTM STP, 1985;846;387-400
 - (2) Fukunaga, H. and Chou, T.W., J. of Composite Materials, 1998; 22 ; 1156-1169.
 - (3) Todoroki, A. and Haftka, R.T., Composites Part B, 29B, 1998,p277
 - (4) 轟, 他3名, 機論 (A), 61-587, 1995,1453
 - (5) 轟, 笹井, 機論 (A), 65-631, 1999, 614
 - (6) 轟, Haftka, 機論 (A), 64-621, 1998 p 1138
 - (7) 轟, 石川, 機論 (A), 66-645, 2000, 978
-