

一般化線形混合モデルを用いた逆問題による損傷同定の高精度化 (電気ポテンシャル法を用いた CFRP 積層構造のはく離同定への適用)

岩崎篤*1, 轟章*2

Improvement of the Inverse Problem for the Damage Identification using Generalized Linear Mixed Model (Application to the Delamination Identification via Electric Potential Method of CFRP Laminate)

Atsushi IWASAKI *3 and Akira Todoroki *4

*3 Gunma Univ, Dept. of Mechanical System Engineering
1-5-1 Tenjin-cho, Kiryu, Gunma 376-8515, JAPAN

This paper is about improvement of diagnostic accuracy of the damage identification applying the generalized linear mixed model to the inverse problem. Generalized linear mixed model (GLMM) is the extend method of the linear regression analysis include the random effect. By the method, relation between the dependent variable and the independent variables are divided to fixed effect and random effect. The fixed effect means true relation and the random effect means the unknown fluctuation because of the individual specificity. When the damage diagnosis conducted by the inverse problem, this unknown fluctuation is caused by not only the difference of the lot of test piece, but also the unknown parameters of the damage. For example, for the damage size identification problem, location of the damage is the unknown parameter. This unknown parameter is unknown at the time of damage identification but this unknown parameter is known at the time of constructing the model of the inverse problem and the time of deciding the parameter for the inverse problem model. Then in this research, improvement of diagnostic accuracy of the damage identification using inverse problem via the GLMM is conducted. The method is applied to the delamination identification via electric potential method of CFRP laminate. FEM analyses are conducted to obtain electric potential changes due to delamination crack creations with seven-electrode type specimens. By comparisons of the estimations without the random effect and with the effect, a better diagnostic tool is discussed in detail. As a result, GLMM improve the diagnostic accuracy of size and location identification of the delamination crack.

Key Words : Smart Structure, Generalized Linear Mixed Model, GLMM, Inverse Problem, Structural Reliability, Nondestructive Inspection, Statistical Treatment, Damage Identification, Damage Evaluation, Composite Material, Delamination

1. 緒 言

本稿は、線型混合モデルを用いた逆問題による損傷同定問題の高精度化に関する物である。

損傷や異常の同定における逆問題解析¹²⁾は推定誤差最小化の最適化問題であり、応答曲面³⁶⁾、ニューラルネットワーク⁵⁷⁾、局所フレキシビリティ法¹⁰¹⁾や遺伝的アルゴリズムなどの様々な最適化手法を用いた手法や、マハラノビス距離等による判別分析¹²⁴⁾、サポートベクターマシン¹⁵¹⁷⁾や空間統計学¹⁸⁾などさまざまな統計処理法を用いた手法が検討されている。一般に、損傷すな

わち被説明変数と計測量の相関を複雑な内部モデルで同定することで高精度化されるが、これはモデル構築に用いられたデータに限定され、複雑すぎるモデルは、学習に用いたデータ以外の推定精度、すなわち汎化能力が極端に低下させる。汎化能力とモデルの複雑化による高精度化はほぼトレードオフの関係にある。そのため、最適な逆解析モデルの生成に試行錯誤が必要であり、一つのモデルの導出に繰り返し学習が必要な為多くの計算コスト・人的コストを要求する。

そこで本研究では、汎化能力向上のため1次の線形回帰を用いた損傷同定を行い、単純な逆解析モデルの高精度化の検討を行う。線形・非線形回帰法として近年注目されている手法として一般化線形混合モデル¹⁹²⁾がある。回帰分析では、説明変数と被説明変数の相関強度評価を行い、無相関あるいは相関の無いパラメータ

*原稿受付 0000年00月00日

*1 正員 群馬大学 (376-8515 群馬県桐生市天神町 1-5-1)

*2 正員 東京工業大学 (152-8552 目黒区大岡山 2-12-1)

E-mail: aiwasaki@gunma-u.ac.jp

の削減を行いその回帰・汎化性能の向上を行うが、説明変数に導入されないパラメータはすべて誤差とし、正規分布で近似する。一般化線形混合モデルでは、誤差構造に正規性を必要とせず、また、説明変数と被説明変数の相関を固定効果とランダム効果に分割する。固定効果は真の相関を表し、ランダム効果は個体差等に起因する未知の変動を表す。損傷同定問題においては、例えば試験片の個体差、素材のロットなどが未知の個体差として考えられるが、なによりも逆解析モデル構築時は既知でありながら、診断時には未知のパラメータ（寸法同定における損傷位置など）が未知の個体差として考えられる。そこで本研究では、この未知の差を一般化線形混合モデルで分割し、低次の回帰モデルを用いた損傷同定の高精度化の検討を行った。本稿では、複合材料積層平板の電気ポテンシャル法を用いた損傷評価問題へと適用し、解析的手法から本手法の有効性の検証を行った。

2 電気ポテンシャル法を用いた層間はく離評価

2・1 概要 本稿では、電気ポテンシャル法⁴⁽²²⁹⁾を用いたCFRP短冊試験片の層間はく離同定を行った。以下に概要を示す。CFRPは比剛性、比強度の力学特性が優れているため、航空機や宇宙機器などの主構造への適用が検討されている。しかし、層間強度が弱いいため、弱い衝撃で外側から目視できない層間はく離を容易に発生し、圧縮特性が著しく低下する。特に、近年では新型の大型航空機の主構造への適用が進んでおり、その簡便な評価法が望まれている。そこで本研究はCFRPに強化繊維として埋め込まれている炭素繊維の導電性に着目し、CFRPを構成する炭素繊維がそのまま神経のような役割を有し、損傷を検出する電気ポテンシャル法によるスマート複合材料開発のための知見を得ることを目的としている。これまでに我々のグループでは、貫通き裂を有するCFRP梁試験片を用いて、はく離位置と寸法の同定実験を実施し、電気ポテンシャル

法が有効であること、埋没した実層間はく離に対しても本手法が有効であることを実験的手法⁴⁰および有限要素解析を用いた解析的手法²³²⁹から示してきた。これらの手法を実施する上では、測定された電圧変化とはく離の位置、寸法を結びつける逆問題手法が必要不可欠である。

2・2 解析モデル 解析には汎用有限要素法ソフト ANSYS を用いた²³²⁹。解析対象は幅方向に貫通する層間はく離を有する短冊状試験片とし、図 1 に示される $[0_2/90_2]$ の直交積層板の2次元梁モデルとしてモデル化を行った。電極は試験片上面に仮定した。モデルは試験片長手方向を 0° 方向とし、電極は 0° 方向に7とし、各電極間の6箇所で電圧変化を取得した。1層の厚さは0.25mmである。要素は4角形4接点要素とし、 0° 方向、 90° 方向を各々0.25, 0.05mmとして要素分割を行った。要素数は28160である。繊維方向(0° 方向)、繊維直交方向(90° 方向)各層および厚さ方向の導電率 $\sigma_0, \sigma_{90}, \sigma_r$ は体積繊維含有率0.621の場合の実験結果を用いている(表1)。計測は2電極法で行われるとし、電圧変化量は隣接する二つの電極の一方を0[V]に固定し、他方の電極から30[mA]の電流を流して、導出している。また、層間はく離は各層間の導電性を断つことでモデル化している。層間はく離は寸法5, 10, 20, 30, 40[mm]の5種とし、はく離中央位置を試験端部から逆端まで5mmずつ変え解析を行った。

Table 1 Electric conductivity ratio of each direction of CFRP

Volume fraction of CF	σ_{90}/σ_0	σ_r/σ_0	$\sigma_0[\Omega^{-1}m^{-1}]$
0.621	3.71×10^{-2}	3.77×10^{-3}	5.50×10^3

3. 一般化線形混合モデルを用いた電気ポテンシャル法によるはく離同定

3・1 概要 電気ポテンシャル法によるはく離損傷同定問題では、はく離発生に起因する電圧変化が電極からの距離に応じ変動し、特に電極中央部に有る場

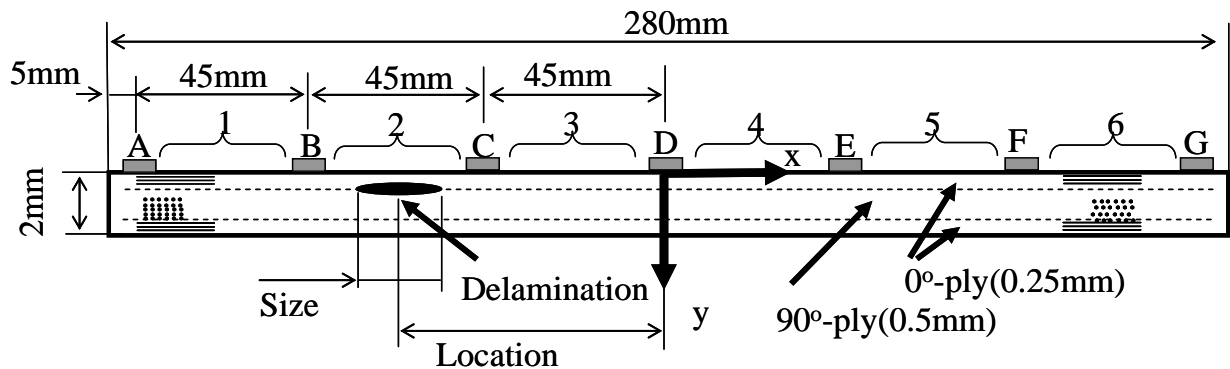


Fig. 1 Model of Specimen

合その変化量が電極近傍に生じた場合に比べ低く、これが計測だけでなく、診断精度へ大きな影響を与えることが問題である。しかしながら、実際の診断時にはそのはく離発生位置そのものが同定対象であり、事前に計測することは不可能である。そこで本研究では、この電極からの距離をランダム要因とし評価することにより、一般化線形混合モデルによる同手法の高精度化を行った。以下に詳細を示す。

3・2 一般化線形混合モデル(GLMM)²⁰ 最小二乗法に代表される回帰・重回帰分析では、その誤差構造に正規性を有する必要がある。計測誤差等は一般的に正規分布に従い回帰分析が適用可能であるとされているが、個体差が大きい場合は逸脱が大きく、特にデータが離散化されたデータ（損傷レベルなど）の場合、明確に従わない。一般化線形モデルは最尤法により回帰係数を求めることで、他の分布形状の誤差構造に対応した回帰モデルである。また、混合モデルは被説明変数と説明変数の相関を、同定が必要な相関（固定効果）、同定が不要な相関（ランダム効果）に分け、固定効果同定の精度向上を図るモデルである。一般化線形混合モデルの単回帰のモデルは次式で表される。

$$y = a + \delta_{1,i} + (b + \delta_{2,i})x \quad (1)$$

ここで、 x, y は説明変数、被説明変数、 a, b は固定効果の切片および傾き、 δ_1, δ_2 はそれぞれの個体の変量効果を示す。すべての変量効果を推定すると自由度は(個体数+1)×2となり、膨大となるが、一般化線形混合モデルでは、それぞれの変量効果は推定せず変量効果の標準偏差 s_1, s_2 のみを推定する。その際、平均は0とする。次式に変量効果の分布形状に正規分布を仮定した場合の変量効果 δ の確率密度関数を示す。

$$g(\delta_{1,i} | s_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}s_1} \exp\left\{-\frac{\delta_{1,i}^2}{2s_1^2}\right\} \quad (2)$$

δ に関しても同様である。また、誤差構造が正規分布かつランダム効果が任意の δ_1, δ_2 の場合に被説明変数が y_i をとる確率は次式で表される。

$$f(y_i | a, b, \sigma^2, \delta_{1,j}, \delta_{2,k}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{\{y_i - a - \delta_{1,j} - (b + \delta_{2,k})x_i\}^2}{2\sigma^2}\right\} \quad (3)$$

ここで、 σ は y の標準偏差である。被説明変数が y_i であるときの尤度 L_i は、次式のようにそれぞれのランダム効果の積分から次式と定義される。

$$L_i(a, b, \sigma^2, s_1, s_2 | y_i, x_i) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(y_i | a, b, \sigma^2, \delta_{1,j}, \delta_{2,k}) g(\delta_{1,j} | s_1) g(\delta_{2,k} | s_2) d\delta_1 d\delta_2 \quad (4)$$

そのため全観測データ L に対する尤度は次式となる。

$$L(a, b, \sigma^2, s_1, s_2 | \{y_i\}, \{x_i\}) = \prod_{i=1}^n L_i(a, b, \sigma^2, s_1, s_2 | y_i, x_i) \quad (5)$$

ここで、 n は観測データ数である。重回帰を行う場合、説明変数やランダム効果の増大に従い、式は複雑化する。最尤推定を行い、対数尤度を最大化する a, b, σ, s_1, s_2 を求めることで、回帰モデルの導出を行う。このような手法を用いることで、個別の個体差を導出する事無く、個体差の標準偏差のみを導出する事で、固定効果の算出を可能とする。

3・3 一般化線形混合モデルによるはく離同定 本手法では汎化能力を重視し、1次の線形回帰を用いた損傷同定を行う。1次線形回帰における t 検定から固定効果モデルの選定を行い、同モデルの一般化線形混合モデルへの適用からランダム効果導入による高精度化の検証を行う。被説明変数ははく離発生位置 x およびはく離寸法 $size$ とし、説明変数は各電極間電圧変化のベクトル長さ $vector$ および、 $vector$ で規格化した各電極間電圧変化 $X_i(i=1-6)$ とした。 $vector$ および X_i の定義は次式となる。

$$vector = \sqrt{\sum_{i=1}^6 V_i^2} \quad (6)$$

$$X_i = \frac{V_i}{vector} \quad (7)$$

ここで V_i は各区間における電圧変化量である。

また、位置、寸法の初期の回帰モデルは次式とし、 t 検定を用い変数選択を行う。

$$x \text{ or } size = \beta_0 + \sum_{i=1}^6 \beta_i X_i + \beta_7 vector \quad (8)$$

ここで β は回帰係数である。

3・4 t 検定を用いた変数選択 用いる固定効果の決定には、 t 検定を用い回帰に不要な誤差項を削減し、最良回帰式を選定する。削減は減少法により行う。減少法とは、式(8)中の全項の係数を決定後、全項を回帰方程式に最後に導入された変数であるかのように扱い、各項の t 検定値を算出し、最も回帰に寄与しない項、すなわち t 値が最小の項を削減し、回帰精度が最

大化するまで繰り返し削減することで回帰式を改良する方法である。各項の t 検定値 t_i は次式で求められる。

$$t_i = \frac{b_i}{\sqrt{\sigma^2 C_{ii}}} \quad (9)$$

ここで、 b_i は β_i の不偏推定量、 C_{ii} は分散共分散行列である。

3・5 電極に対するはく離位置の影響 電気ポテンシャル法では、電圧変化の絶対値が、損傷寸法だけではなく損傷の電極からの距離に大きく依存し、位置、寸法の同定精度に悪影響を及ぼす。図 2 に 20mm のはく離が生じた場合の、最も近い電極からの距離に対する $vector$ を示す。回帰モデルの導出時には、この電極からの距離は回帰モデルの作成時には既知であるが、診断時には未知であり、本研究では一般化線形混合モデルを用い、ランダム効果としての除去を試みる。

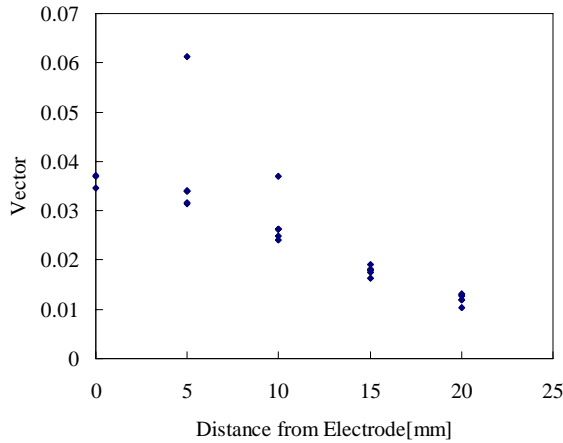


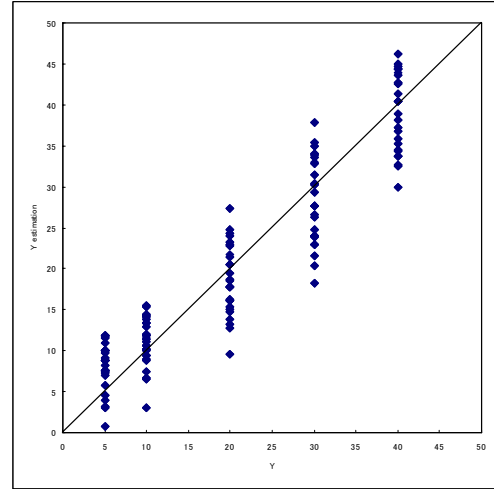
Fig.2 Effect of the distance from the electrode to the $vector$ (Delamination size: 20mm)

3・6 一般化線形混合モデルによるランダム効果の推定 3・4 より得られた 1 次の線形回帰式にランダム効果を導入し、はく離損傷および位置の推定を行う。ランダム効果はすでに述べたように、電極からの距離とした。電極からの距離は両端 2 電極を除いた中央 5 電極からの距離とする。電極からの距離に応じ、2 または 3 水準に分割し、水準毎にランダム効果の推定を行う。ランダム効果は切片および $vector$ の傾きとし、最尤推定を行う。なお、各電極間の電圧変化量は $vector$ で基準化されており、はく離発生位置の影響は殆ど無い。ランダム効果導入後の線形回帰式は次式となる。

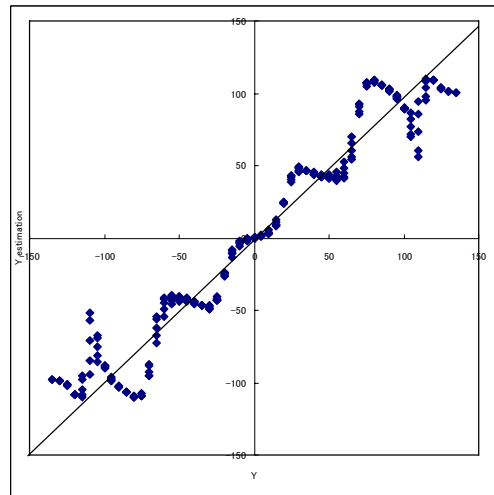
$$size = \beta_0 + \delta_1 + \sum_{i=1}^6 \beta_i X_i + (\beta_7 + \delta_2) vector \quad (10)$$

$$x = \beta_0 + \delta_1 + (\beta_1 + \delta_2) X_1 + \sum_{i=2}^5 \beta_i X_i + (\beta_6 + \delta_3) X_6 \quad (11)$$

ランダム効果は切片及び、 t 値が大きく回帰への寄与の大きい変数へと設定している。



(a)Size



(b)Location

Fig.3 Estimation of Size and Location of delamination without the random effect

4. 解析結果

4・1 ランダム効果を含まない場合の寸法・位置同定 図 3 にランダム効果を含まない場合の位置、寸法同定結果を示す。寸法同定は寸法が 5 段階であるため、階段状の同定結果となるが、同定結果を水準分割することにより、隣接水準までの同定となっており、実用上問題のない精度と言える。また、位置同定は特に電極中央部付近で同定精度の低下が見られる。寸法、

位置同定における平均残差は各々0.28, 1.12[mm], 最大残差は各々11.7, 58.1[mm]である. また, 各々の回帰式を次式に示す.

$$size = -24.1 + 23.2X_1 + 23.7X_2 + 19.9X_3 + 19.4X_4 + 23.7X_5 + 23.2X_6 + 444vector \quad (12)$$

$$x = 6.84 - 103X_1 - 57.1X_2 - 9.09X_3 + 47.9X_5 + 92.6X_6 \quad (13)$$

Table 2 Result of the estimation of size using the random effect (2 level)

threshold	Random Effect	SSE	Max Error	AIC
	None(Normal Response Surface)	5.26E+03	11.7	1476
<5	vector	4.52E+03	10.4	1443
<10		4.20E+03	9.0	1347
<15		4.59E+03	11.6	1263
<20		6.00E+03	14.0	1349
<5		intercept	4.99E+03	10.5
<10	4.52E+03		9.4	1307
<15	4.42E+03		11.2	1219
<20	4.97E+03		11.9	1346
<5	intercept+vector		4.99E+03	10.5
<10		4.52E+03	9.4	1309
<15		4.50E+03	11.4	1215
<20		5.55E+03	13.2	1339

4・2 一般化線形混合モデルによる寸法・位置同定

4・2・1 寸法定 表 2 に電極からの距離に応じ近(1), 遠(2)の 2 水準に分割した場合における分割範囲毎の残差平方和 SSE, 自由度調整済み決定係数 R^2_{adj} , 最大残差を示す. ランダム効果は表に示すように 10mm を境とした場合に回帰精度が最大化し, 最大残差も最小化すると言える. また, ランダム効果は *vector* の傾きのみとする場合に精度が最大化する.

また, 第 1 水準, 第 2 水準の境を 10mm とし, さらに 3 水準に分割した場合の結果を表 3 に示す. ランダム効果は *vector* の傾きのみとした. 表に示すように, 第 2, 3 水準の分割を 25mm で行うことで残差平方和は 5260 から 4200, 最大誤差は 11.7[mm]から 8.2[mm]と大幅に精度の改善が可能と言える. また, この場合のはく離寸法定結果を図 4 に示す. 傾向としては応答曲面法の場合と同じ結果を示しているが, 最大残差および誤差幅が減少しており, 精度の向上が確認される.

第 2, 3 水準の分割を 15, 20, 25[mm]で行った場合の, はく離寸法と *vector* の関係を図 5 に示す. (a)から(c)へと移行するに従い明確に水準 2, 3 が分割されていることが分かる. 25mm で分割した際の固定効果は次式となる.

$$size = -25.4 + 15.9X_1 + 17.4X_2 + 13.9X_3 + 13.9X_4 + 17.4X_5 + 15.9X_6 + 152vector \quad (14)$$

25mm で分割した場合の水準 3 は試験片両端部ではく離を示しており, この部位ではく離が生じた場合, 電圧変化量は寸法に比して大きな値を取り, この領域を分割しランダム効果とすることで, より高い精度で診断が可能と言える.

Table 3 Result of the estimation of size using the random effect (3 level)

threshold	SSE	Max Error	AIC
2level	4.20E+03	9.0	1347
<15	4.27E+03	8.7	1337
<20	4.32E+03	8.9	1378
<25	4.15E+03	8.2	1357
<30	5.04E+03	10.9	1342
<35	5.84E+03	11.2	1318

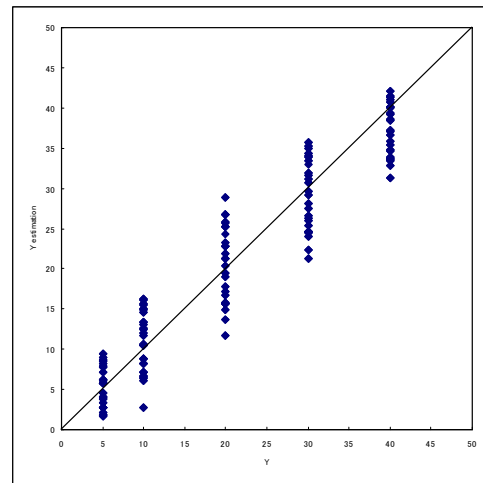
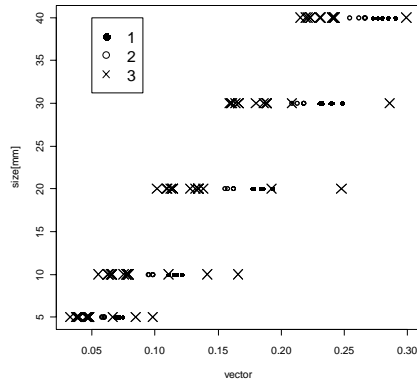


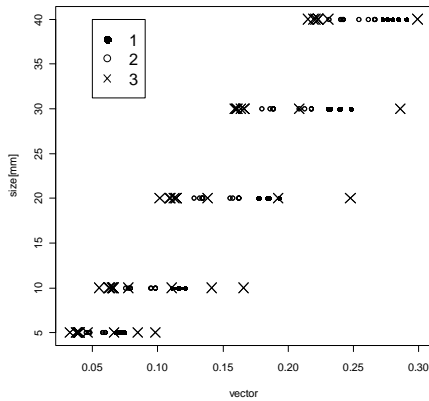
Fig.4 Estimation of Size of delamination using the generalized linear mixed model

4・2・2 位置同定 同様の手順で位置同定を行った. 2 水準分割では領域で分割しても結果に変化はなかったため, 寸法と同じく 10mm を基準に分割し, さらにもう 1 水準の分割を行った場合の結果を表 4 に示す. この場合の同定結果を図 6 に示す. 表に示すように大幅な改善は見られないが, 第 3 水準の分割を 25mm で行った場合, 若干残差平方和の上昇が見られたものの, 最大誤差は減少している. これは図に見られるように, 位置同定では試験片両端にはく離が位置する場合に特に同定精度が低下するが, 少数の両端にある場合を別の個体とすることで, 近辺のゆがみを解消したためと考えられる. 表 5 に前述の *vector*, X_i に加え, 本来未知である実寸法, 実位置および電極間距離を加えた場合の回帰係数および t 値を示す. ただし, 相関の低い係数を示すために t 値による係数削減は行って

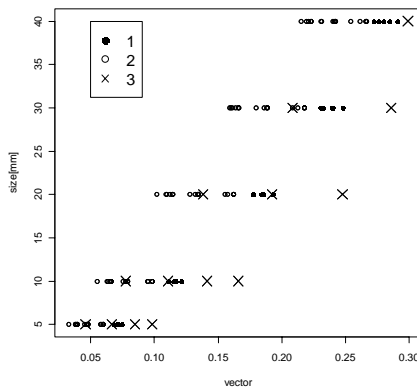
いない。表に見られるように、寸法と電極間距離は t 値が 16.0 と高い相関を示すが、それ以外の相関はほぼ 0 と低い。そのため、寸法同定に対しては大きな改善効果を示すが、位置に対しては大幅な効果は無いといえる。



(a) $a < 10, 10 \leq a < 15, a \geq 15$



(b) $a < 10, 10 \leq a < 20, a \geq 20$



(c) $a < 10, 10 \leq a < 25, a \geq 25$

Fig.5 Delamination size - vector of each leveling threshold
(a: Distance between the delamination and the electrode)

Table 4 Result of the estimation of the location using the random effect (3level)

threshold	SSE	Max Error	AIC
Without Random Effect	8.74E+04	58.1	2263
<15	9.85E+04	50.8	2232
<20	9.79E+04	50.6	2194
<25	9.45E+04	49.4	2163
<30	9.40E+04	47.8	2179
<35	9.09E+04	49.0	2197

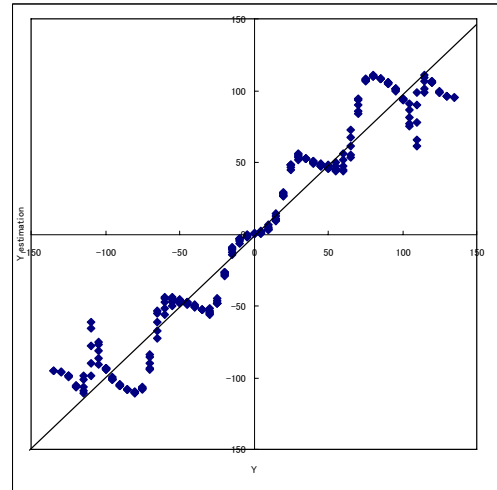


Fig.6 Estimation of location of delamination using the generalized linear mixed model

Table 5 The t -value and the regression coefficient of all independent variables and actual location and size for location/size diagnosis using linear regression model

	Location Diagnosis		Size Diagnosis	
	Regression Coefficient	T-Statistic	Regression Coefficient	T-Statistic
Intercept	1.66E-11	8.13E-13	-21.4	-9.5
Actual Size	1.32E-13	4.13E-13	-	-
Actual Location	-	-	8.09E-15	7.44E-13
vector	0.00	0.00	487.2	57.0
X1	-97.9	-6.8	15.7	7.1
X2	-52.4	-3.3	16.7	9.2
X3	-5.1	-0.4	13.8	8.6
X4	5.1	0.4	13.8	8.6
X5	52.4	3.3	16.7	9.2
X6	97.9	6.8	15.7	7.1
Distance From the Electrode	-1.07E-13	-5.58E-13	0.5	16.0

5. 結 言

電気ポテンシャル法によるはく離損傷同定問題では、はく離発生に起因する電圧変化が電極からの距離に応じ変動し、診断精度へ大きな影響を与える。本研究では、この電極からの距離をランダム要因とし評価することにより、一般化線形混合モデルによる同手法の高精度化を行った。結果を以下に示す。

1. 総電圧変化の絶対値をパラメータの1つとし同定を行う損傷寸法同定問題においては、電極からの距離をランダム要因として、 $vector$ の傾きを回帰することで、本手法により最大誤差および全体的な誤差を低減し、診断精度を向上できること

- が確認された。
2. 電極からの距離は特に寸法と高い相関を示し、一般化線形混合モデルを用いそれを考慮した回帰分析を実施することで、同定の高精度化が可能である。
 3. 試験片両端部ではく離が生じた場合、電圧変化量は寸法に比して大きな値を取り、この領域を分割しランダム効果とすることで、より高い精度で診断が可能である。

参考文献

- (1) Friswell, M.I., Damage identification using inverse methods, Philosophical Transaction, The Royal Society A, Vol.365(2007), pp.393-410
- (2) Farrar, C.R., Worden, K. An introduction to structural health monitoring, Philosophical Transaction, The Royal Society A, Vol.365(2007), pp.303-315
- (3) Inada, T. et al., Development of a Two-step Delamination Identification Method Using Resonant and Anti-Resonant Frequency Changes, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol.69, No.678(2003), pp.231-238(in Japanese)
- (4) Tanaka, Y., Todoroki, A., Shimamura, Y., Smart Structure for Delamination Detection of CFRP Using Response Surface of Electric Resistance Change of Multiple Electrodes, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol.65, No.640(1999), pp.2432-2438(in Japanese)
- (5) Iwasaki, A., Todoroki, A., Diagnosis Method for Detection of Delamination of CFRP by Electric Resistance Change, J of the Japan Society for Composite Materials, Vol.27, No.4(2001), pp.194-200(in Japanese)
- (6) Iwasaki, A., Todoroki, A., Statistical Evaluation of Modified Electrical Resistance Change Method for Delamination Monitoring of CFRP Plate, Structural Health Monitoring: An International Journal, Vol.4, No.2(2005), pp.119-136
- (7) Okafor, A.O., Chandrashekhara, K., Jiang, Y.P., Delamination prediction in composites beams with built-in piezoelectric devices using modal analysis and neural network, Smart materials and structures, Vol.5(1996), pp.338-347
- (8) Zapico, J.L., Worden, K., Molina, F.J., Vibration-based damage assessment in steel frames using neural networks, Smart Materials and Structures, Vol.10(2001), pp.553-559
- (9) Sohn, H., Worden, K., Farrar, C.R., Statistical damage classification under changing environmental and operational conditions, J of Intelligent Material Systems Structure, Vol.13(2002), pp.561-574.
- (10) Ben, G., Yamaguchi, T., Fukuda, Y., Aoki, Y., Park, K.C., An Application on Localized Flexibility Method to Identification of Structural Joint Properties, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol.66, No.644(2000), pp.721-726(in Japanese)
- (11) Park, K.C., Felippa, C.A., A Variational Framework for Solution Method Developments in Structural Mechanics, Journal of Applied Mechanics, Vol.65, No.1(1998), pp.242-249
- (12) Farrar, C.R., Nix, D.A., Duffey, T.A., P.J.Cornwell, G.C.Pardoen, Damage identification with linear discriminant operators, Proceedings 17th international Modal Analysis Conference(1999), pp.599-607
- (13) Sohn, H., Allen, D., Worden, K., Farrar, R., Statistical Damage Classification using Sequential Probability Ratio Tests, Structural Health Monitoring, Vol.2, No.1(2003), pp.57-74
- (14) Iwasaki, A., Todoroki, A., Delamination Identification of CFRP Structure by Discriminant Analysis using Mahalanobis Distance, Key Engineering Materials, Vol.270-273(2004), pp.1859-1865
- (15) Sugimoto, H., Kazuma, K., Abe, J., Furukawa, K., On Synthetic Health Evaluation of Infrastructures by SVM and Its Application to Ranking of Structures, Proc of the Japan Society of Civil Engineering, Series A, Vol.65, No.3(2009), pp.658-669(in Japanese)
- (16) Worden, K., Lane, A.J., Damage identification using support vector machines, Smart Materials and Structures, Vol.10(2001), pp.540-547
- (17) Iwasaki, A., Sano, T., Todoroki, A., Sakai, S., Delamination diagnosis of CFRP Structure using Support Vector Machine, Proc of the Conference of M&M division of JSME 2004(2004), pp.287-288(in Japanese)
- (18) Iwasaki, A., Todoroki, A., Izumi, S., Sakai, S., Diagnostic Method for Delamination Monitoring of CFRP Plate using Kriging Interpolation Method, Key Engineering Materials, Vol.353-358(2007), pp.1422-1426
- (19) Breslow, N.E., Clayton, D.G., Approximate Inference in Generalized Linear Mixed Models, J of the American Statistical Association, Vol.88, No.421(1993), pp.9-25
- (20) Kubo, T., Kasuya, E., Statistical Modeling of the Individual Specificity, Japanese Journal of Ecology, Vol.56, No.2(2006), pp.181-190(in Japanese)
- (21) McCulloch, C.E., Searle, S.R., Neuhaus, J.M., Generalized Linear, and Mixed Models(2008), Wiley Interscience
- (22) Schulte K., Baron C., Load and failure analyses of CFRP laminates by means of electrical resistance measurement, Composite Science and Technology, Vol.36(1989), pp.63-76.
- (23) Todoroki, A., Suzuki, Y., Kobayashi, H., Nakamura, H., Shimamura, Y., Evaluation of Orthotropic Electrical Resistance for Delamination Detection of CFRP by Electrical Potential Method, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol.64, No.622(1998), pp.1654-1659(in Japanese)
- (24) Todoroki, A., Tanaka, M., Shimamura, Y., Kobayashi, H., Analysis of the Effect of the Configuration of the Delamination Crack on Delamination Monitoring with Electric Resistance Change Method, J of the Japan Society for Composite Materials, Vol.29, No.3(2003), pp.113-119(in Japanese)
- (25) Todoroki, A., Tanaka, M., Shimamura, Y., Kobayashi, H., Effects of Delamination Shape with a Matrix Crack

- on Monitoring by Electrical Resistance Method, Advanced Composite Materials, Vol.13, No.2(2004), pp.107-121.
- (26) Todoroki, A., Tanaka, M., Shimamura, Electrical Resistance Change Method for Monitoring Delaminations of CFRP Laminates: Effect of Spacing between Electrodes, Composites Science and Technology, Vol.65, No.1(2005), pp.37-46
- (27) Ueda, M., Todoroki, A., Delamination monitoring of quasi-isotropic CFRP laminate using electric potential change method, Modern Physics Letters B, Vol. 22, No.11(2008), pp.869-874
- (28) Ueda, M., Todoroki, A., Finite Element Study on Delamination Identification in Quasi-isotropic CFRP Laminate by Residual Stress Release Using the Electric Potential Change Method, J of Solid Mechanics and Materials Engineering, Vol. 2, No. 11 (2008), pp.1451-1461
- (29) Todoroki, A., Omagari, K., Detection of matrix crack density of CFRP using electrical potential change method with multiple probes, Journal of Solid Mechanics and Materials Engineering, Vol.2, No.6(2008), pp.718-729
-