

CFRP の導電率の積層理論*1
Lamination Theory for Electric Conductance of CFRP轟 章*2
Akira TODOROKI

Key Words: Composite Materials, Potential Flow, Analysis, Electric Current, Orthotropic Electric Conductivity

Abstract: The present paper deals with a new lamination theory to calculate electric current between two probes on Carbon Fiber Reinforced Plastic (CFRP) laminates. Unidirectional CFRP has strongly orthotropic electric conductance. When electric current is applied on a surface of a CFRP plates using two probes, the electric voltage field is uniform for thin CFRP plate and is not uniform in the cross section for thick CFRP. The electric current concentrates near the surface where the electric current is applied for thick CFRP laminates. In the present study, a lamination theory for thin CFRP laminates is discussed first. After that, a new lamination theory for thick CFRP laminates is proposed here. The theory for thick CFRP plates adopts non-uniform electric voltage in the thickness direction. For the non-thick and non-thin (middle thickness) CFRP plate, an approximation method is proposed here. To obtain the shape of the non-uniform voltage distribution, the analytical results of a thick single-ply of the previous paper is adopted as a contribution function to calculate the effective conductance of the thick CFRP laminate. Cross-sectional 2-D FEM analysis is used to obtain the contribution function for non-thick CFRP plates. The proposed methods are applied to two cases of a thick CFRP plate, and the results are compared with the 3-D FEM results. As a result, the new lamination theory is proved to be efficient for thick CFRP plates.

記号の説明

- σ_x : 繊維方向導電率
 σ_y : 繊維直交方向導電率
 σ_z : 厚さ方向導電率
 i_x : 繊維方向座標電流密度
 i_y : 繊維直交方向座標電流密度
 i_z : 厚さ方向座標電流密度
 I : 負荷電流
 ϕ : 電位ポテンシャル
 t : 板厚
 $2a$: 電極間距離
 λ : 導電率の繊維方位と厚さ方位の比の平方

1. はじめに

最近の航空機構造に、炭素繊維強化プラスチック (Carbon Fiber Reinforced Plastic: CFRP) が広く適用されている。これらの航空機では、主翼や胴体に CFRP 構造が採用されており、飛行時の雷撃による電気伝導が問題となる。

CFRP は炭素繊維が高い導電性を有する反面、樹脂は絶縁材料であり、繊維方位と繊維直交方位で著しい導電性異方性を有している¹⁾。繊維直交方向や厚さ方向導電率は炭素繊維どうしの接触到起因し、繊維方位と比較して著しく低い材料系も存在する²⁾。

このような導電率の強い異方性の材料に雷撃などによ

て電流が流れる場合、板厚に対して均一な電流分布を仮定する薄板の 2 次元解析では妥当な解が得られない可能性がある。これは耐雷撃用の導電線から漏えいする電流の解析を困難にしている。そこで前報では³⁾、直交異方性材料に電気が流れる場合の解析を完全流体のポテンシャル流の解析結果を用いて求めた。さらに直交積層板において近似解が得られたが、アングルプライを有する一般的な積層構成の電流解析にはこれは適用できない。雷撃時の電流解析には、3 次元積層構造を 2 次元で近似計算できることが望ましい。しかし、薄板を除いて電流の積層理論はない⁴⁾。

そこで、本研究では、最初に電流解析における積層理論をまとめ、3 次元積層構造の 2 次元近似理論を構築する。そして、これを 3 次元有限要素法の結果と比較して積層理論の有効性を検討する。

2. 電流解析の積層理論

2.1 薄板の積層理論 繊維を一方向に限定した一方向 CFRP は電気的特性も直交異方性材料である。直交異方性材料の導電理論は、直交異方性材の熱伝導と同一であり次式で与えられる⁵⁾。繊維方向を x 方向、直交方向を y 方向、厚さ方向を z 方向とする直角座標系を考慮して、電位差ポテンシャル関数 ϕ を用いて、電流密度 i_x, i_y, i_z は次式で求められる。

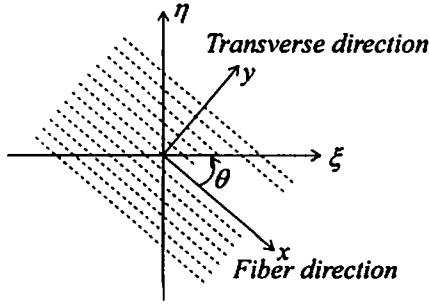
$$i_x = -\sigma_x \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad i_y = -\sigma_y \frac{\partial \phi}{\partial y}, \quad i_z = -\sigma_z \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (1)$$

ここで、 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ はそれぞれ、一方向 CFRP の繊維

*1 © 2011 日本航空宇宙学会

平成 23 年 5 月 5 日原稿受付

*2 東京工業大学機械物理工学専攻



第1図 回転した座標系

方向, 繊維直交方向, 厚さ方向の導電率である。

まず, 非常に薄い板を考え, 厚さ方向 (z 方向) に電場は均一とする。Xiaoらはピエゾ抵抗の理論でこの積層理論を導出している⁴⁾。この場合, z 方向は無関係になり, 式(1)は次式となる。

$$i_x = -\sigma_x \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad i_y = -\sigma_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (2)$$

次に電流が繊維方向や繊維直交方向でない off-axis の流れを考える。繊維方向 (x 方向) と繊維直交方向 (y 方向) から θ だけ回転した第1図に示す直角座標系 ξ - η を考える。 ξ 方向, η 方向の電流密度 i_ξ, i_η は次式で求められる⁴⁾。

$$\begin{pmatrix} i_\xi \\ i_\eta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_x \cos \theta & \sigma_y \sin \theta \\ -\sigma_x \sin \theta & \sigma_y \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi}{\partial y} \end{pmatrix} \quad (3)$$

x - y 座標系の電位差ベクトルの ξ - η 座標への変換は次式で得られる。

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \\ \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi}{\partial y} \end{pmatrix} \quad (4)$$

式(4)を式(3)に代入すると次式が得られる。

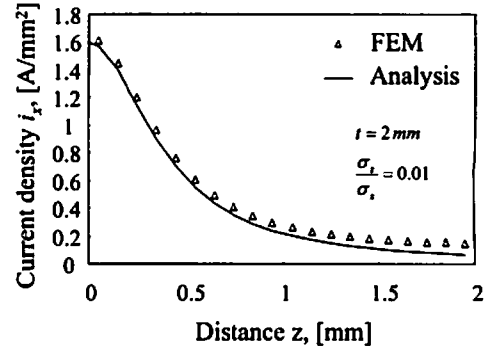
$$\begin{pmatrix} i_\xi \\ i_\eta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{\xi\xi} & \sigma_{\xi\eta} \\ \sigma_{\eta\xi} & \sigma_{\eta\eta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \\ \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \end{pmatrix} \quad (5)$$

ただし,

$$\begin{aligned} \sigma_{\xi\xi} &= \sigma_x \cos^2 \theta + \sigma_y \sin^2 \theta \\ \sigma_{\xi\eta} &= \sigma_{\eta\xi} = -(\sigma_x - \sigma_y) \sin \theta \cos \theta \\ \sigma_{\eta\eta} &= \sigma_y \cos^2 \theta + \sigma_x \sin^2 \theta \end{aligned} \quad (6)$$

薄い板を多方向の繊維角度に積層している場合, 電位差が厚さ方向に変化しない(電位差一定)とすると, 厚さ方向の電流密度を積分することで ξ - η 座標平面の電流密度が計算できる。

$$\begin{aligned} i_\xi &= \frac{1}{t} \int_0^t \left(\sigma_{\xi\xi} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} + \sigma_{\xi\eta} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) dz \\ i_\eta &= \frac{1}{t} \int_0^t \left(\sigma_{\eta\xi} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} + \sigma_{\eta\eta} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) dz \end{aligned} \quad (7)$$

第2図 一方向 CFRP の電流密度分布³⁾

$$\begin{pmatrix} i_\xi \\ i_\eta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{t} \int_0^t \sigma_{\xi\xi} dz & \frac{1}{t} \int_0^t \sigma_{\xi\eta} dz \\ \frac{1}{t} \int_0^t \sigma_{\eta\xi} dz & \frac{1}{t} \int_0^t \sigma_{\eta\eta} dz \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \\ \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{pmatrix} i_\xi \\ i_\eta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{\xi\xi} & C_{\xi\eta} \\ C_{\eta\xi} & C_{\eta\eta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \\ \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \end{pmatrix} \quad (9)$$

ここで, t は積層板の厚さである。積層板が同じ板厚(板厚 t_p) の N 枚の積層からなる場合には C_{mn} ($m, n = \xi, \eta$) は次式で定義される。

$$\begin{aligned} C_{\xi\xi} &= \frac{1}{t} \int_0^t \sigma_{\xi\xi} dz = \sum_{k=1}^N \frac{t_p}{t} \sigma_{\xi\xi}^k \\ C_{\xi\eta} &= C_{\eta\xi} = \frac{1}{t} \int_0^t \sigma_{\xi\eta} dz = \sum_{k=1}^N \frac{t_p}{t} \sigma_{\xi\eta}^k \\ C_{\eta\eta} &= \frac{1}{t} \int_0^t \sigma_{\eta\eta} dz = \sum_{k=1}^N \frac{t_p}{t} \sigma_{\eta\eta}^k \end{aligned} \quad (10)$$

ここで, N は積層枚数, σ^k は k 番目の層の式(6)で計算される導電率である。

式(6), 式(10)より, 薄板の場合(電位差が厚さ方向に分布しない形状である場合)アングルブライ ($0^\circ, 90^\circ$ 以外の繊維配向角度) がバランス ($\pm\theta$ の数が同じ) していれば, 式(9)の $C_{\xi\eta}$ 項はゼロとなり, $C_{\xi\xi}, C_{\eta\eta}$ 項だけの対角行列となる。

2.2 厚板の積層理論 前報³⁾で示したように, 実用的な航空機構造の板厚程度では, 上記の電位差が板厚方位に均一な薄板近似は適用できない。前報で求められた 0° 層だけの厚板電流密度分布 i_x は, $-\sigma_x$ で除すと電位差分布となる。第2図に, 前報で求めた一方向 CFRP (板厚 2 [mm]) に電極間距離 8 [mm] で電流を流した場合の電流密度分布を示す。この形状は電位差分布と同じである。このように, 電位差も厚板では厚さ方向に分布する。

薄板では, 厚さ方向に電位差分布がなく, 均一であるので表面からの距離に無関係に各層が同じ断面積の電流経路として寄与する。しかし, 実際の厚板 CFRP 積層板では表面から遠ざかると電位差変化が減少し, その層の通電寄与

は減少する。したがって、簡便な厚さ方向に均一な薄板積層理論は適用できない。これは、CFRP積層板では、板厚方向に導電率が著しく低く、表面から離れた層では電流が流れにくいためである。

そこで、厚さ方向に電位差が減少する影響を、断面積の減少ととらえ、導電率の通電寄与度 F として近似計算する。厚さ方向の電位差分布関数形状が既知であるとする。薄板近似では、寄与度 F が板厚全体で1である。これが、厚板では表面から遠い層は寄与度 F が減少し、電流経路として幅が細くなる。これは、電位差分布関数の表面の値を1と規格化した関数である。これを第3図に示す。

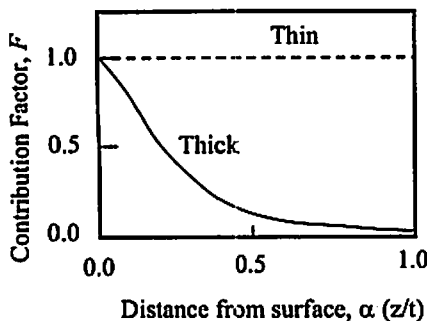
この寄与度関数 $F(\alpha)$ (ただし、 $\alpha = z/t$ であり、電極側表面を $z = 0$ とする) を用いて、式(10)を計算すると次式となる。

$$\begin{aligned}
 C_{\xi\xi} &= \int_0^1 F(\alpha)\sigma_{\xi\xi}d\alpha = \sum_{k=1}^N \frac{t_p}{t} F_k \sigma_{\xi\xi}^k \\
 C_{\xi\eta} &= \int_0^1 F(\alpha)\sigma_{\xi\eta}d\alpha = \sum_{k=1}^N \frac{t_p}{t} F_k \sigma_{\xi\eta}^k \\
 C_{\eta\eta} &= \int_0^1 F(\alpha)\sigma_{\eta\eta}d\alpha = \sum_{k=1}^N \frac{t_p}{t} F_k \sigma_{\eta\eta}^k
 \end{aligned} \tag{11}$$

ここで、 F_k は表面から k 番目の層の中心位置における寄与度関数 $F(\alpha)$ の値である。これは、積層板表面上 (x - y 平面) の断面積に対して z 座標が大きくなると、見かけ上断面積が減少することと同じである。また、 σ_{mn}^k ($m, n = \xi, \eta$) は k 番目の層の ξ, η 方位の導電率である。

厚板の積層理論はこの寄与度関数 $F(z)$ の決定方法が問題点となる。そこで、電流負荷点と同じであれば、積層板の電位差は一方向単層板の電位差と同じと近似的に考えて、前報³⁾で求めた厚板の 0° 方位単層板の電流密度解析解から得られる電位差分布形状を積層板の寄与度関数とする。

ただし、電位差分布は x 方位と y 方位がある。それぞれ、 F_x, F_y として式(11)に用いることが可能である。しかし、単層板では $C_{\xi\eta}$ が存在しないので F_{xy} を求めることができない。 F_{xy} としては F_x と F_y の平均値を用いることにすることも可能である。しかし、実際の積層板ではアングルプライは曲げ-ねじれカップリング防止の観点から近接して配置されているので、正負の2層を $\pm 45^\circ$ 層とま



第3図 寄与度関数の定義

とめてしまい、直交異方性でない $C_{\xi\eta}$ を消去して計算を簡単化することも可能である。そこでここでは、 $\pm 45^\circ$ 層を厚さ2倍の1つの等方性の層と考える。こうすることで寄与度関数 F_{xy} を考慮する必要がなくなる。

ただし、厚板の近似解が成立する条件を満足する必要がある。前報³⁾で述べたように、電極間隔 $2a$ 、板厚 t 、繊維方向と板厚方向の導電率比の平方根 λ との間に次式の関係を満足する必要がある。

$$\frac{t}{a\lambda} \geq 6.3 \tag{12}$$

$$\lambda = \sqrt{\sigma_z/\sigma_x} \tag{13}$$

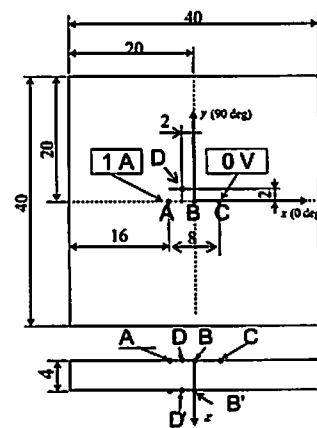
この関係を満足しない場合、厚板近似は適当でない。厚板近似ができない場合には、電極を通る断面で 0° 方向だけの単層積層の断面の2次元 FEM 解析を実施し、電流密度分布から電極間の平均的寄与度関数を求める。電極間の中央位置 (これを $x = 0$ とする) で対称分布になるので、具体的には、例えば電極間 ($2a$) の $1/4$ の位置 ($x = \pm a/2$) での電流密度分布を平均的な寄与度関数の代表値とする。

この寄与度関数の関数形状は z 方向の導電率と面内 (x および y 方向) 導電率との差異 (両者の比) の影響を受ける。分布形状は湧き出しと吸い込みのあるポテンシャル流の流速分布形状となっている⁹⁾。

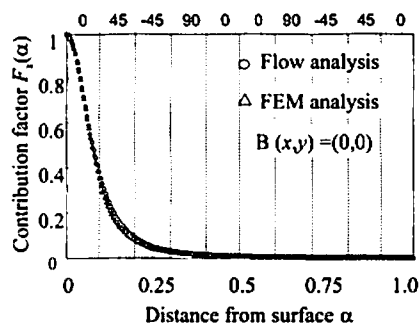
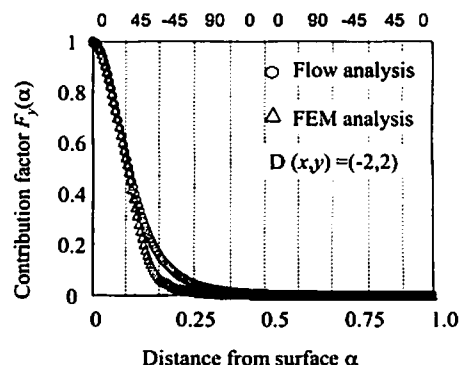
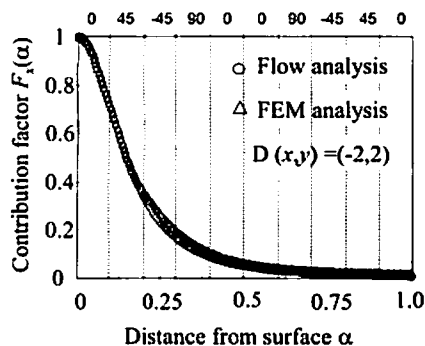
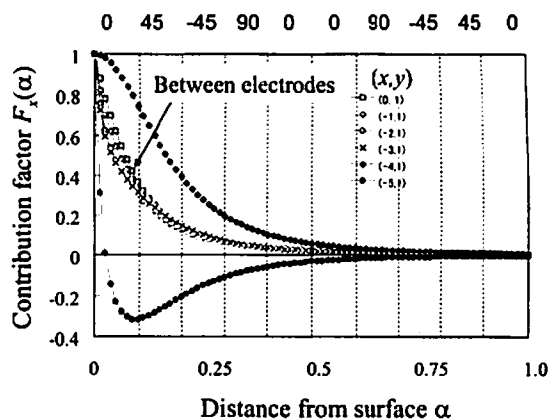
また、式(12)中に存在する電極間隔の a は、雷撃から漏洩する電流などの場合には正確にもとめることができない。そこで、CFRP 平板に金属部品がある場合には大きな電位差が生じる部品間隔、または板長さなどで代用することになる。この場合の精度評価などは今後の課題である。

3. FEM 解析との比較検討

3.1 電位差分布関数の検討 第4図に示すように、40 [mm] の正方形板 (厚さ 4 [mm]) の CFRP 積層板を考える。座標の原点を正方形試験片の表面中央位置とし、厚さ方向の座標 z の原点である $z = 0$ [mm] を試験片表面に設定する。 x 軸上に間隔 8 [mm] で電流負荷点 $(-4, 0, 0)$ と電圧 0 の点 $(4, 0, 0)$ がある場合を解析する。繊維方向導電率 σ_x を 1 [A/mm²] とし、直交方向導電率 σ_y を 0.1 [A/mm²]、厚さ



第4図 電流解析用試験片形状と座標軸

第5図 B-B'点でのx方向寄与度関数(F_x)分布第7図 D-D'点でのy方向寄与度関数(F_y)分布第6図 D-D'点でのx方向寄与度関数(F_x)分布

第8図 y位置固定での寄与度関数の変化

方向導電率を $0.01 \text{ [A/mm}^2\text{]}$ とした。これは、通常のCFRPの導電率の異方性が強い場合に相当する¹⁾。負荷する電流は 1 [A] とする。FEM解析には市販のANSYSを使用した。3次元解析の要素数は $286,720$ であり、節点数は $1,440,820$ である。電流負荷間隔での最小要素寸法は 0.1 [mm] である。

積層構成は10層で、 $[0/45/-45/90/0/0/90/-45/45/0]_T$ であり、各層は 0.4 [mm] の厚さとなっている。 0° 方位はx軸方位、 90° 方位はy軸方位である。z軸は厚さ方向を正とし、繊維の回転はz軸と同じ方向(表面から板厚方向を見る)から見て反時計回りを正の角度としている。

第4図と同じ形状で 0° のみの単層板の表面上の点Aに 1 [A] の電流を流し、点Cを電圧ゼロとした場合の2電極間の3次元電流解析を実施し³⁾、B-B'の位置のx方向の電位差分布形状、D-D'の位置のx方向およびy方向の電位差分布形状をFEM解析と比較した。ただし、寄与度関数には表面を1とした場合の厚さ方向分布形状だけが影響を与えるので、 $z = 0 \text{ [mm]}$ での値を1として規格化して比較した。代表例としてB点のx方向寄与度関数 F_x 、D点のx方向、y方向の寄与度関数の結果(F_x , F_y)を第5, 6, 7図に示す。縦軸が規格化した電位差であり、ここでは寄与度の値と対応する。横軸が規格化した厚さ方向位置の α である。破線位置は積層を意味している。

これらの結果から、ほぼすべての点で積層板の寄与度関数は単層板の電位差分布から推定できることがわかる。

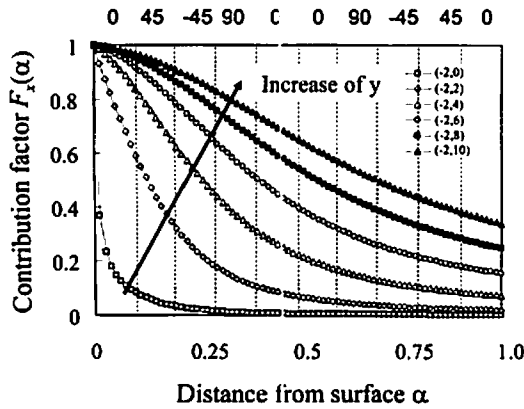
寄与度関数の形状変化を調査するため、 $y = 1 \text{ [mm]}$ の位置における6通りの位置($x = 0, -1, -2, -3, -4, -5 \text{ [mm]}$)における寄与度関数をプロットした結果を第8図に示す。図中で横軸は規格化した厚さ方向の位置 α であり、縦軸は寄

与度関数 F_x である。電流の負荷点は $x = -4 \text{ [mm]}$ と $x = 4 \text{ [mm]}$ であり、この負荷点の間にある $x = 0, -1, -2, -3 \text{ [mm]}$ の4つの寄与度関数はほぼ同じ形状であることがわかる。電流負荷点の後方となる $x = -5 \text{ [mm]}$ の点(図中●印)では、逆方向に表面電流が流れ、内部で電流が逆流してxの正方向に流れているため、非常に複雑な形状となる。ただし、この位置における電流は電極間に流れる電流に比較して非常に小さい。

同様に、x位置を電極間隔の $1/4$ の位置である $x = -2 \text{ [mm]}$ に固定した場合のy位置による寄与度関数の変化を第9図に示す。縦軸、横軸は第8図と同じである。図からわかるように、電流が多く流れる電極間の寄与度関数は電極間を結ぶ直線からの距離(y)の増加と共に平坦になっていくことがわかる。電極間を結ぶ直線上の値(図中□印)では、表面 0° 層に90%の電流が流れ、第2層の 45° 層に7%程度、第3層の -45° 層に1%程度の電流が流れることを意味している。

3.2 厚板の2次元FEM解析と3次元FEM解析の比較 第4図の例に対して、薄板近似(電位差が板厚方位に分布しない近似)と厚板近似(厚さ方位に寄与度で解析)の場合の2次元FEM解析を実施し、電流密度を3次元FEM解析の結果と比較検討する。3次元FEM解析は先の解析と同じである。

2次元薄板FEM解析では、薄板の積層理論を用いて板の導電率を計算し、FEM解析を実施する。薄板の積層理



第 9 図 x 位置固定での寄与度関数の変化

第 1 表 3 段階の導電率設定

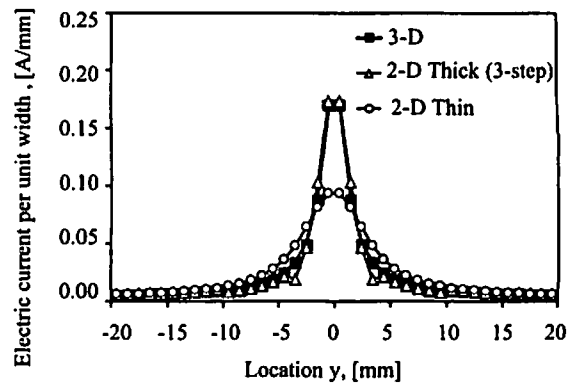
Region	σ_x [S/mm]	σ_y [S/mm]
(1) 0~4 [mm]	0.12	0.019
(2) 4~10 [mm]	0.30	0.15
(3) 10~20 [mm]	0.48	0.30

論ではすべての場所で同じ導電率となる。得られた結果は、 $\sigma_x = 0.64$ [S/mm], $\sigma_y = 0.46$ [S/mm] である。

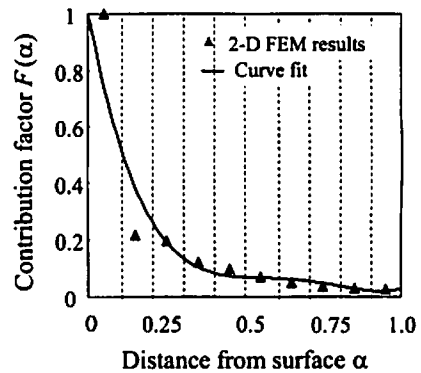
厚板近似では、単層板の電流解析を実施して要素中央位置における寄与度関数を求めてから導電率を計算し、2次元 FEM 解析を実施すると各要素で導電率は異なる。ここでは、1600 要素 (40 × 40) の 2 次元 FEM 解析を実施する。ただし、隣接する ±45° 層を 2 倍の厚さを有する 1 層と考える近似を実施しているため、実際には x 軸と y 軸を対称軸として対称の導電率となり、400 種類 (20 × 20) となる。しかし、材料特性を要素ごとに指定することは、手間がかかり実用的でない。第 8 図において、電流経路内では電流経路からの y 方向距離が同じ (y 座標が同じ) であれば寄与度関数がほぼ同じ結果であった。さらに、電流経路外では電流は小さい。第 9 図から、 $y = 0$ 付近の寄与度関数の変化が急激であり、 y 座標が大きくなると緩やかに変化している。そこで、 y の正の部分だけで表示した場合、 $y = 0$ [mm] から $y = 4$ [mm] までの領域 (1)、 $y = 4$ [mm] から $y = 10$ [mm] までの領域 (2)、その外側の領域 (3) の 3 つの領域に分割し、その領域の中央点における寄与度関数から計算された導電率を用いる。つまり、3 通りの導電率だけを用いる。これを第 1 表に示す。

この導電率を用いて 2 次元 FEM 計算を実施した。計算には 1 [mm] の要素を用いた。要素数は 1600 である。結果の比較には、3 次元 FEM の $x = 0$ [mm] の位置における解析結果を板厚方向に積分し、1 [mm] 幅の電流の和とした。この結果を第 10 図に示す。

第 10 図の横軸は y 座標であり、縦軸は $x = 0$ [mm] の位置の単位幅当りの電流量である。○印が薄板理論によって求めた結果であり、△印が 3 Step の 2 次元 FEM 厚板近似の解であり、■印が、3 次元 FEM の結果である。2 次元薄板近似の結果を規準にすると 3 次元 FEM の結果は $y = 0$ [mm] 付近の一番電流の大きい領域で 80% の誤差があ



第 10 図 2 次元 FEM と 3 次元 FEM の結果の比較



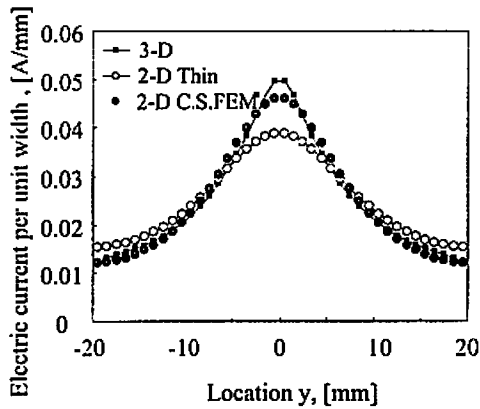
第 11 図 2 次元 FEM から寄与度関数を求める手法

る。これに対して、2 次元厚板近似の結果は誤差 4% である。3 次元 FEM は要素分割を細かくする際に結果の変動がないことを確認するまで要素分割を細かくしている。実際には 1 層を厚さ方向に 4 要素で分割している。要素数で $1600/286720 = 0.56\%$ に過ぎない計算で誤差 4% の精度の結果を示している。航空機主翼などは厚さ方向に要素分割が不可能であり、この厚板近似手法の有効性が示された。

前報³⁾において、厚板近似が可能な限界として式 (12) が提示されている。この場合、 $t = 4$ [mm], $a = 4$ [mm], $\lambda = 0.1$ であり条件を満足している。電極間隔が $a = 6.3$ [mm] を超える場合、この複合材料では厚板近似は適用できない。

例として、第 4 図と同じ形状で AC 間の電極距離が $2a = 24$ [mm] の場合を考える。A 点の座標が (-12, 0, 0) であり、C 点の座標が (12, 0, 0) の場合である。この場合には式 (12) を満足しないので、厚板近似は使用できない。そこで、 $x-z$ 平面 ($y = 0$ の断面) で 2 次元 FEM 解析 (要素数 1000) を実施し、その代表点として $x = -a/2$ の位置での寄与度関数を x 方向電流密度関数分布から求めた。これを第 11 図に示す。横軸が表面から規格化した距離であり、縦軸が規格化した FEM の値である。実際の計算には、図中実線で示すように $\alpha = 0$ で $F = 1$ となる最小 2 乗法で近似した曲線を用いた。

得られた導電率は、 $\sigma_x = 0.117$ [S/mm], $\sigma_y = 0.053$ [S/mm] である。この値を用いて 2 次元 FEM 解析を実施し、3 次元 FEM 解析の結果と比較検討した。得られた結



第12図 厚板近似を満足しない場合の計算結果

果を第12図に示す。

図中横軸は y 座標位置であり、縦軸は $x = 0$ [mm] の直線上における x 方向の単位幅当りの電流である。■印は3次元 FEM 解析で得られた結果であり、○印は薄板近似の導電率 ($\sigma_x = 0.64$ [S/mm], $\sigma_y = 0.46$ [S/mm]) を用いて2次元 FEM で解析した結果である。●印が、今回の x - z 断面で FEM 解析 (Cross-Section FEM: 図中で C.S. FEM と略記) をして求めた寄与度関数から得られた導電率を使用した2次元 FEM の解析結果である。薄板近似から2次元 FEM 解析を実施すると、実際の3次元 FEM 解析結果は28%も差異がある。これに対して、C.S. FEM から得た導電率で2次元 FEM 解析を実施すると誤差は8%である。

4. 結 論

導電率異方性が強い CFRP の電流解析に際して、薄板の

CFRP の導電率の積層理論を示した。さらに、完全流体のポテンシャル流解析手法を用いて電流密度を求める手法で得た解を用い、厚板 CFRP 積層板の電流解析に必要な寄与度関数を求め、厚板の CFRP の導電率の積層理論を構築した。得られた結果を要約すると以下の通りである。

(1) 薄板近似の導電率積層理論を示した。

(2) 厚板の場合の問題点を示し、寄与度関数を用いた厚板用の新しい導電率の積層理論を示した。

(3) FEM 解析結果との比較から、得られた無限板近似解が異方性の強い CFRP 積層板の電流密度解析に有効であることを示した。

(4) 断面の2次元 FEM 解析から寄与度関数を求めることで、厚板近似可能領域を逸脱した場合でも2次元 FEM 解析で近似計算可能であることを示した。

参 考 文 献

- 1) Todoroki, A., Tanaka, M. and Shimamura, Y.: Measurement of Orthotropic Electric Conductance of CFRP Laminates and Analysis of the Effect on Delamination Monitoring with Electric Resistance Change Method, *Compos. Sci. Tech.*, **62** (2002), pp. 619-628.
- 2) 平野義銀, 勝俣慎吾, 岩堀 豊, 藤 章: 模擬雷撃を加えた CFRP 積層板の損傷挙動, *日本複合材料学会誌*, **35** (2009), pp. 165-174.
- 3) 藤 章: 完全流体のポテンシャル流を用いた CFRP の電流解析手法, *日本航空宇宙学会論文集*, **59** (2011), pp. 132-139.
- 4) Xiao, J., Li, Y. and Fan, W. X.: A Laminate Theory of Piezoresistance for Composite Laminates, *Compos. Sci. Tech.*, **59** (1999), pp. 1369-1373.
- 5) Özisik, M. N.: *Heat Conduction*, 2nd ed., John Wiley & Sons Inc., New York, 1993.