

エリート初期集団 GA を用いる多目的トポロジー最適化の高効率化* Efficiency improvement of multi-objective topology optimization using elite initial individuals of Genetic Algorithm

申 鉉眞¹, 平野義鎮², 轟 章³

Hyunjin SHIN, Yoshiyasu HIRANO and Akira TODOROKI

¹ 東京工業大学院理工学研究科機械物理工学専攻(〒152-8550 東京都目黒区大岡山 1-12-1)

² 宇宙航空研究開発機構(〒181-0015 東京都三鷹市大沢 6-13-1)

³ 東京工業大学理工学研究科機械物理工学専攻(〒152-8550 東京都目黒区大岡山 1-12-1)

The purpose of this paper is to improve efficiency of multi-objective topology optimization using bar-system representation Genetic Algorithm (GA). We propose a new GA using elite initial individuals produced using a SIMP (Solid Isotropic Material with Penalization) method with a weighted sum method. The SIMP method for a multi-objective topology optimization is one of the most established methods that use the sensitivity analysis. Although the SIMP method is easily implemented and it is computationally effective, it may be difficult to find a proper Pareto-optimal set in a multi-objective optimization. In the present paper, GA is adopted to obtain the Pareto-optimal set. To build more evenly distributed global Pareto-optimal set and reduce GA computational effort, new individuals that resemble topology of the Pareto-optimal set of SIMP are introduced for initial pool of GA. The proposed method is applied to a structural topology optimization example and compared with the results of the traditional method that uses standard random initialization for initial pool of GA.

Key Words: Structural analysis, Multi-Objective Optimization, Topology Optimization, Genetic algorithms.

1. 緒 言

トポロジー最適化は、構造形状の最適なレイアウトを探索する主要な設計手法のひとつである。トポロジー最適化には、均質化法に基づいた手法⁽¹⁾、SIMP(Solid Isotropic Material with Penalization)法⁽²⁾、進化的なアルゴリズムを用いる ESO (Evolutionary Structural Optimization) 法⁽³⁾、レベルセット法による形状表現に基づく手法^(4,5)が提案されている。その中で、多目的トポロジー最適化問題においては、その適用の容易さから、目的関数を重み付き線形和手法(Weighted sum method)によって単一目的化した SIMP 法が広く用いられる。SIMP 法は目的関数の感度を用いる手法であるため、グローバルな探索を行う最適化手法に比べて計算効率が高い。また、実行が簡単なメリットがある。しかし、多峰性が強い設計空間の場合、グローバルな解の探索が難しいため、設計パラメータや解析メッシュの設定方

法により異なるトポロジー最適解が得られ、一義的な解が得られない問題点がある⁽²⁾。また、複数の荷重に対するコンプライアンスにトレードオフ関係がある多目的最適化問題⁽⁶⁾への適用に際し、重み付き線形和手法でのパラメータである重みの適切な設定方法が困難である^(7,8)。

このため、グローバル探索可能な遺伝的アルゴリズム(Genetic algorithm)の適用が注目される。GA は多点同時探索するため、多目的最適化において、パレート解群が GA による探索の終了時点で得られる。そのため、SIMP 法のような設計パラメータ設定方法の問題はない。しかし、GA は目的関数の評価数が多く必要であり、また、確率的最適化であるため複数の試行が必要になることから、計算コストが高い⁽¹¹⁾。よって、GA を用いたトポロジー最適化では、計算コストを低減することは最重要課題である。

そこで本研究では、GA を用いた多目的トポロジー最適化計算を高効率化するため、重み付き線形和手法を用いた SIMP 法から得られた局所最適解(エリート)と類似する個体を複数生成し、それらを GA の初期集団として用いる手法を提案する。SIMP 法から得られた代表的な最適解のトポロジーと類似するエリートトポロジー解を初期集団として GA をスタートさせることで、GA の計算効

* 原稿受付2012年11月20日, 改訂年月日2013年02月07日, 発行年月日2013年03月18日. ©2013日本計算工学会.

Manuscript received, November 20, 2012; final revision, February 07, 2013; published, March 18, 2013. Copyright © 2013 by the Japan Society for Computational Engineering and Science.

率の向上に加え、グローバルなパレート解群が得られる可能性が期待される。

本研究では、提案手法の有効性について検証するために、GA の初期集団をランダムに発生する従来手法とエリート初期集団を用いる提案手法の収束性および安定性を比較検討した。

2. 感度解析を用いた GA 初期集団生成

2.1 SIMP 手法を用いた多目的最適化 まず最適初期集団の核となる SIMP 法の最適化について述べる。SIMP 法は有限要素法の要素密度を設計変数とし、コンプライアンスの感度を計算することで、コンプライアンスの最小化問題を解く手法である。多目的最適化として重み付き線形和手法を用いた場合、SIMP 法のコンプライアンス最小化の定式化は以下で表される。

$$\min_x: c(x) = \sum_{i=1}^n w_i U_i^T K U_i \quad (1)$$

$$= \sum_{i=1}^n \sum_{e=1}^m w_i (x_e)^p u_{i,e}^T k_e u_{i,e}$$

$$\text{s.t: } \sum_{e=1}^m x_e \leq V \quad (2)$$

$$K U_i = F_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

$$0 \leq w_i \leq 1 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

$$0 < x_{min} \leq x \leq 1 \quad (5)$$

ここで、 x_e は要素 e の密度、 c はコンプライアンス、 k_e は要素 e における剛性行列、 $u_{i,e}$ は荷重ケース i に対する要素 e の変位ベクトル、 V は最大体積、 U_i は荷重ケース i における有限要素全体の変位ベクトル、 F_i は荷重ケース i の荷重ベクトル、 K は有限要素全体に対する剛性行列、 p はペナルティパラメータ、 n は目的関数の総数、 m は FEM における要素の総数、 w_i は多目的関数を単一目的関数化するための重みである。式 (1) のペナルティパラメータは、1 以下の低い値に設定した場合、要素の密度が中間値をとるグレースケールを多く含むようになり、不明瞭な構造が得られる問題がある⁽¹⁾。そのため、明瞭な構造を求めるために、ペナルティパラメータ p を 2~3 の値とする必要がある。本研究では、 $p=3$ と設定した。また、最適化過程で適切に連結されたトポロジーが得られなかった個体において、剛性行列の逆行列を計算する際に行列表が 0 に近くなり計算が困難になる場合があるため、式 (5) x_{min} の値を適切に設定する必要がある。通常、密度が 0 に近い void 要素を表現するために、 $E_{\text{eff}}/E=1 \times 10^{-3}$ とすることが多い⁽¹⁾。ここで、 E_{eff} は void 要素の弾性率、 E は密度が 1 の要素の弾性率を表す。本研究では、 $E_{\text{eff}}/E=1 \times 10^{-3}$ とし、 x_{min} の値を設定した。

SIMP 法は感度を用いるため、グローバル探索を行う

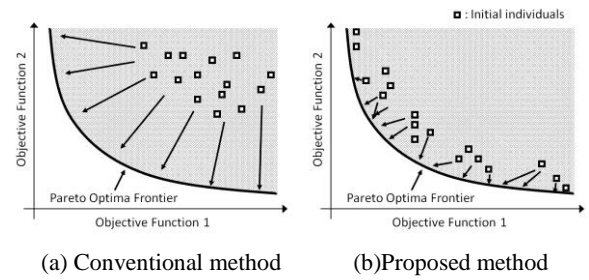


Fig.1 Comparison of conceptual diagram between a conventional GA method and the proposed method

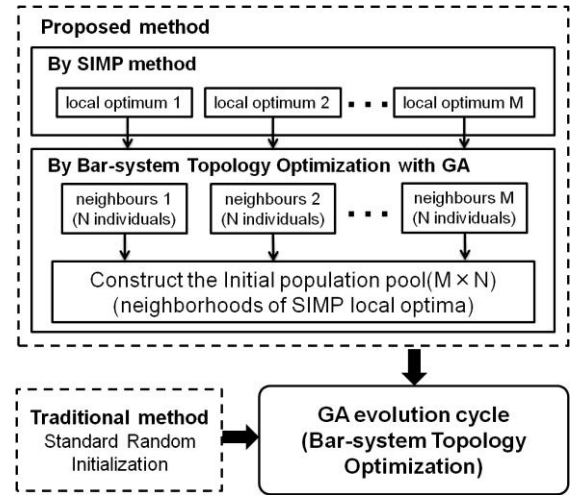


Fig.2 Flowchart of the proposed method and comparison between proposed method and traditional method.

手法より計算効率が高い。しかし、目的関数が多峰性の場合、初期個体や設計パラメータの設定方法により、異なる解に収束する可能性がある。そして、多目的最適化手法として重み付き線形和手法を用いた場合は、全てのパレート解群を求められるとは限らない^(7,8)。

そこで、重み付き線形和手法を用いた SIMP 法で、その初期個体と重みをランダムにし、得られる多様な局所最適解をエリート初期集団とし、GA を用いて進化させる手法を提案する。

2.2 エリート初期集団法 Fig.1 に一般的な GA の手法と提案手法を比較した概念図を示す。Fig.1(a)のように、一般的な GA を用いた多目的トポロジー最適化では、初期個体として乱数で個体をランダムに生成する手法を用いる。エリート初期集団法は、重み付き線形和を用いた SIMP 法から得られたエリート個体と類似する個体を GA の初期集団とすることが特徴である。(Fig.1(b)参照)

Fig.2 に提案するエリート初期集団手法のフローチャートを示す。また、以下に提案手法について説明をする。

- 1) 重み付き線形和を用いた SIMP 法を用い、局所解を生成する。多様な局所解を生成するために、初期個体と重みをランダムにし複数回実施する。

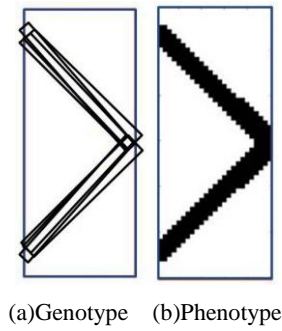


Fig3. Genotype and phenotype in the bar-system representation

- 2) GA を用いたトポロジー最適化を用いて 1)から得られた局所解と類似する個体を N 個生成する。
- 3) 1)と 2)を M 回繰り返す, $M \times N$ 個の初期個体群 P' を作る。
- 4) P'から L 個をランダムに取り出し, GA を用いた多目的トポロジー最適化の初期個体とする。

ここで, 1 ステップでの局所解と類似する個体の生成, そして, 4 ステップのトポロジー最適化において次の Bar-system 表現法の GA を用いた。

2.3 Bar-system representation トポロジー最適化において, 設計モデルのトポロジーの表現手法が最も重要であることから, 最適化の対象になるモデルの位相を表現する手法として, 様々な手法が提案されている。その中で, FEM の各要素の密度を設計変数とし, 0 および 1 の 2 つの値のみ用いてトポロジーを表現する Binary 表現法が広く用いられる⁽⁹⁾。しかし, Binary 表現法では, チェッカーボード問題⁽¹⁰⁾, 収束が遅い問題⁽¹¹⁾等がある。本研究では, 設計領域の中で負荷点と支持点との連結性を保ちながら位相を簡単に表現する Bar-system 表現法⁽¹¹⁾を用いる。この手法はモデルの位相をいくつかの連結されたバーで表現する手法であり, 連結されたトポロジーが得られるため, Binary 表現法より収束性が高い利点がある。

Bar-system 表現法では, 各バーの両端にある節点とバーの幅を設計変数として定義することでモデルのトポロジーを表現する。また, Fig.3 の例のように, バーの下に要素の重心がある場合, その要素密度を 1 とし, FEM メッシュにマッピングすることで FEM のメッシュ表現も簡単にできる。そのため, bar-system 表現法では要素の密度を 0 または 1 の整数としてのみ扱える。ここで GA では, Fig.3(a)を遺伝子型, (b)を表現型という。

2.4 Bar-system 表現法の GA を用いたトポロジー最適化による類似個体の生成 SIMP 法から得られたエリート個体は要素密度を 0 から 1 の間の実数で表現されるため, 直接正確に Bar-system 表現法の GA の個体として用いることはできない。そのため, SIMP 法から得られたエリート個体と類似する個体を生成する必要がある。

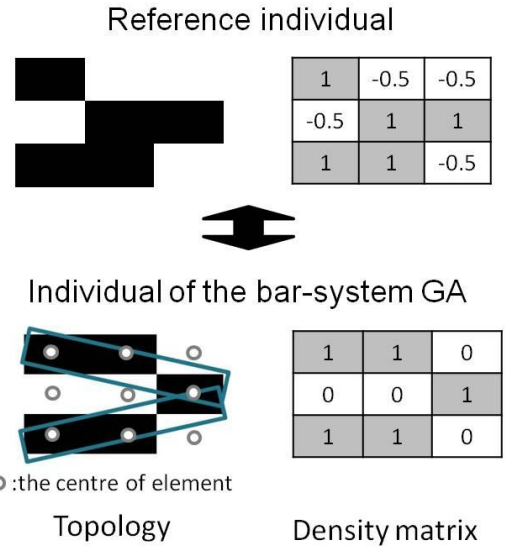


Fig4. Calculation example of proposed objective function

本研究では, SIMP 法から得られたエリート個体と類似する Bar-system 個体を生成するために, Bar-system 表現法の GA を用いた。以下に類似解の生成する方法について説明する。

まず, 基準とする SIMP 法のエリート個体の FEM 要素の中で, 0.05 以下の低い密度を持つ要素の密度を -0.5 と定義する。他の要素の密度はそのまま置く。ここで, 元の要素密度の値を用いる場合, 体積比を制約条件として導入する必要がある。ステップ 2 の式 (6) に体積比等の制約条件を用いない場合, 全ての要素が 1 になる個体が最も類似する個体になる問題が生じる。よって, 本研究では, 0.05 以下の低い密度を持つ要素の密度を -0.5 と定義 (密度が低い要素に負の値を設定) することで, 他の制約条件を用いなくても, 適切な類似度の計算が可能である。ここで, 負の値は経験で適切であると判断した値を用いた。

次に, 前のステップで修正した基準個体要素と重なる要素が多くなる bar-system 個体を類似個体として定義し, その類似解を式 (6) の目的関数により求める。式 (6) は単純な行列の積和であるので, 通常の構造最適化におけるコンプライアンスの算出と比較して, 計算コストがはるかに低いメリットがある。

$$\text{Obj: } \min \left(m - \sum_{i=1}^m x_{s,i} x_{b,i} \right) \quad (6)$$

ここで, m は FEM 全要素数, $x_{s,i}$ は基準個体 (本研究では SIMP 法の局所最適解) の i 番目要素の密度, $x_{b,i}$ は GA の各々の個体の SIMP 法のメッシュ分割での i 番目要素の密度である。その一例を Fig.4 に示す。図中の四角が SIMP 法の FEM 要素である。Fig.4 の例から目的関数を計算すると, 全 FEM 要素数 m は 9, 要素密度の積和は 3.5 であるので, 式 (6) の目的関数は 5.5 になる。

本研究では, Bar-system 表現法の GA を用いたトポロ

ジー最適化による類似個体の生成において、式(6)を目的関数とし一般的な単目的 GA を用いた。通常、Bar-system 表現法を用いた場合、同じ表現型に対して対応する遺伝子型が複数あるため、目的関数空間は多峰性となる可能性が高い。そのため、目的関数上で一つの最適解に近い領域だけ探索することなく、他の最適解が得られる可能性が高い領域も探索するように、Goldberg が提案したシェアリング(sharing)法を適用した⁽¹²⁾。ここで、シェアリングは、ある個体から一定の距離内にある個体の数に応じて、各個体の適応度を適切に減らし、GA における個体の多様性を維持する方法である。そのため、類似個体を生成する過程では、シェアリングにより一つの基準個体に対して多様な遺伝子型を持つ類似解を求められる。また、交差および突然変異の操作を行うため、最も類似する個体からバリエーションを持つ個体まで生成される。

3. 多目的最適化手法

3.1 多目的最適化 本研究で用いた多目的最適化における最適化問題の定式化を以下に示す。

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } f_m, & m = 1, 2, \dots, M; \\ & \text{Subject to } g_j(x) \geq 0, & j = 1, 2, \dots, J; \\ & h_k(x) = 0, & k = 1, 2, \dots, K; \\ & x_i^{(L)} \leq x_i \leq x_i^{(U)}, & i = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (7)$$

ここで、 f_m は目的関数、 g_j と h_k はそれぞれ不等式、等式制約条件の関数、 $x_i^{(L)}$ と $x_i^{(U)}$ はそれぞれ設計変数の下限と上限、 n は設計変数の総数である。

3.2 Elitist non-dominated sorting GA(NSGAI)

本研究では、MOEAs (Multi-Objective Evolutionary algorithms)で広く使われている NSGA-II⁽¹³⁾を用いる。NSGA-II のアルゴリズムの流れを Fig.5 に示す。アルゴリズムの流れは一般的な GA と同様であるが、個体評価をする際に Crowded Tournament 選択を行うのが特徴である。Crowded Tournament 選択は、2 つの個体に対して非優越ソートによるランクと Crowding 距離を比較し、ランクが低い個体が、また、同じランクの持つ個体は Crowding 距離が高い個体を選択される操作である。ここで、ランク付けは次の手順で行われる。まず全てのパレート解をランク 1 とする。その後、ランク 1 を付与した解を削除し、新しく選ばれる仮のパレート解をランク 2 とする。その過程を繰り返し、全ての解に対してランク付けする。また、Crowding 距離とは解の多様性を確保するために用いる指標として、同じランクの個体群の中で、目的関数空間上で他の個体と離れている多様性確保に重要な個体により大きい適応度を付与するために計算する距離である。その距離として、目的関数空間上である解を囲んだ近隣する解群同士の平均距離を用いる。NSGA-II では、多様性のあるパレート解群を求めるために、Crowding 距離と上述した Crowded Tournament を

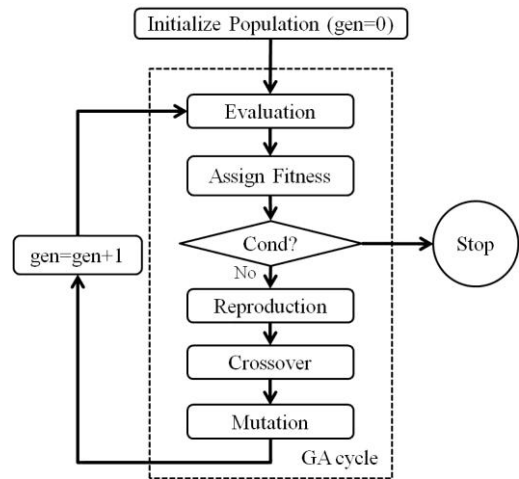


Fig.5 Flowchart of the genetic algorithm

用いた個体の選択をする。その後、選択された親の持つ設計変数を掛け合わせ、次世代の個体を生成する交叉および突然変異を行う。この手順を繰り返し、パレートフロントニアを求める。

本研究では、交叉として、PCX (Parent centric crossover)⁽¹⁴⁾とバイナリ交叉の一種である 2 点交叉 (2-point crossover)を同時に用いた。PCX は通常の親個体の重心の周辺に子個体を生成する交叉手法 (Mean centric crossover)とは異なり、親個体の周辺に子個体を生成する手法である。また、突然変異として Polynomial Mutation⁽¹⁵⁾を用いた。

4. アルゴリズムの検証方法

4.1 概要 本研究では、提案手法の効率性について確認するため、Simply Support Beam のコンプライアンス最小化問題を用い、以下の 3 つの手法について最適化解析を行った。

- Method1: 一般的な初期集団 (Standard random initialization)
- Method2: 20×N 個の類似解を初期集団として用いた提案手法 (M=20)
- Method3: 40×N 個の類似解を初期集団として用いた提案手法 (M=40)

ここで、M=20, 40 の提案手法とは、Fig.2 に示すように、それぞれ重み付き線形和手法を用いた SIMP 法のエリート解を 20 個あるいは 40 個用いることで、初期個体群を作る手法であり、M は用いたエリート解の数である。また、N は類似個体を求めるステップ 2 の GA 最適化における個体数として、ステップ 1 で得られる表現型に対してステップ 2 での類似解のバリエーションを左右するパラメータである。N の数が少ない場合、基準個体に対する類似解のバリエーションが足りない問題が生じるため、本研究では、Method2, 3 においては、構造におけるトポロジーのバリエーションが十分表現できた N=50 とした。

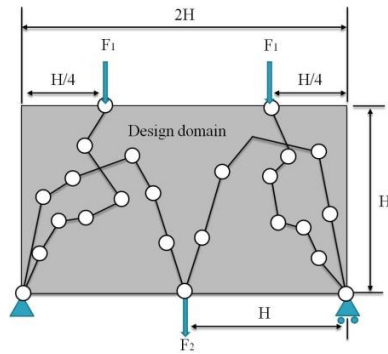


Fig.6 Design domain and bar system for the simply support beam

これらの3つの場合(Method1, 2, 3)について乱数初期値を変えて各20回試行し, 多目的最適化の収束性および多様性を定量的に評価するHVR(Hyper Volume Ratio)⁽⁷⁾を用い, その平均, 最小, 最大と分散の値を比較した. また, 最適解を目的関数空間上に表示したパレートフロンティアについても比較した. 計算コストについては20回試行を行う場合の全ての計算コストについて比較し, 提案手法の効率について考察を行った.

4.2 Simply Support Beam のコンプライアンス最小化問題

Fig.6に示すSimply Support Beamのコンプライアンス最小化問題を用いた. モデルの設計領域は $2H \times H$, 下部の両端を固定した. また, Fig.6のように, 大きさ1の F_1 と F_2 の荷重が負荷されている. 本研究では, Bar-systemとして経験により適切であると考えられるトポロジーが表現できた荷重ごとに2経路6つのBarで構成した. ここで, barの数が多くなるとより複雑なトポロジーが得られる可能性があるが, その場合は設計変数の数が増えるため, 計算コストが増加する可能性がある⁽¹¹⁾. しかし, 各ケース間の計算コストの比較においては, 全てのケースで同じbar-systemを用いたため, 計算コストの比較は有効であると考えられる. 24個であるbarの数を考慮すると, 設計変数の数は80個になるが, 支持点と荷重点におけるbarの節点を固定したので, 設計変数の総数は64個になる. 弾性率 $E=1.0$, ポアソン比 $\nu=0.3$, 密度 $\rho=1.0$, 厚さ $t=1.0$ とした. また, 設計領域を 40×20 に要素分割した. ここで, 最適化の目的関数であるコンプライアンスの相対的な値が重要であるため, 単位は省略した.

GAのパラメータとしては, ステップ2(類似個体の生成)の場合, 個体数50, 世代数100, 選択率は0.9, 突然変異率は0.2, ステップ4(多目的トポロジー最適化)の場合, 個体数100, 選択率は0.9, 突然変異率は0.2を使用した.

最適化の問題設定としては, 体積比40%以下で2つの荷重に対しそれぞれのコンプライアンスの最小化とした. また, 表1に各ステップにおける最適化問題における目的関数および設計変数の数を示す.

Table 1 The number of objective functions and variables of the step1, 2, 4 for Simply Support Beam problem

	Step1	Step2	Step4
Number of objective functions	2	1	2
Number of variables	800	64	64

4.3 Hyper Volume Ratio Hyper Volume(HV)⁽⁷⁾

は最適化の収束性および多様性の評価するための関数である. HVは得られた最適解と参照点が目的関数空間上を覆っている部分の体積である. 式(8)のHyper Volume Ratio(HVR)の計算における $HV(Q)$ は, 各Methodによる最適化計算から得られた現世代でのHVとした. また, 式(8)の $HV(P^*)$ は真のパレートフロンティアから得られる理想のHV値であるが, 本研究で用いる検証問題では理想のHV値が自明ではないため, Method1(世代数600), Method2(世代数300), Method3(世代数300)の全ての最適化計算から得られたパレート解群のHV値を $HV(P^*)$ として用いた. $HV(Q)$ および $HV(P^*)$ の比をHVRとする.

$$HVR = \frac{HV(Q)}{HV(P^*)} \quad (8)$$

ここで, 解の収束性が高いほど, また, 多様性が大きいほど $HV(Q)$ は大きな値となり, HVRは1に近い値になる.

5. 解析結果

5.1 概要 本章では, 20回のGA試行における, 文献[11]のbar-system表現法のGAを用いたトポロジー最適化手法(Method1)と提案手法(Method2, 3)の計算コストを比較した. その後, 同じ世代まで進化させた場合のHVRとパレートフロンティアについて比較した.

5.2 目的関数の評価回数による計算コストの比較 計算コストを比較するため, 従来手法と提案手法における目的関数の評価回数を求めた結果をTable2に示す. Table2の評価関数の評価数は全20回の試行における1回あたりの平均評価数である. ここで, 2つの荷重に対するコンプライアンス1, 2はまとめて一回とカウントした. ステップ1におけるSIMP法に必要な計算コストは初期値により異なる最適解に収束する可能性があり, 試行ごとに収束に必要なコンプライアンスの計算数は異なるため, コンプライアンスの平均計算数を用いた. また, モデルが 40×20 の要素分割を持つ場合, 提案手法のステップ2(類似解の生成)GAに用いた式(6)の目的関数とステップ4(多目的トポロジー最適化)のGAでの目的関数として用いたコンプライアンス1, 2の平均評価時間も示す. 使用したコンピュータCPUは2.8GhzのIntel Core i7 processorを用いた.

Table 2 Average number of objective function evaluation per 1 GA trial and Average evaluation time of objective function(40×20 meshed beam)

	Traditional	M=20	M=40
Formula(6) at Step2	-	100000	200000
Compliance1, 2 at Step1	-	66	137
Compliance1, 2 at Step4	30000	30000	30000
Average Time[sec/1evaluation]			
Formula(6)	0.00004		
Compliance1, 2	0.07		

まず、提案手法の M=20 と M=40 の場合では、ステップ 2 で目的関数として用いた式 (6) の評価数が 100000 と 200000 である。ここで、式 (6) の平均計算時間を考慮すると、ステップ 2 の全体計算時間はそれぞれ 4 秒、8 秒である。これは、ステップ 4 での計算時間である 30000 × 0.07 = 2100 秒よりはるかに短いため、ステップ 2 における計算時間がプロセス全体の計算コストに及ぼす影響は少ない。

また、提案手法の M=20 と M=40 では、従来手法と比べコンプライアンスの評価数がそれぞれ 66 回 (M=20)、および 137 回 (M=40) 程度多くなった。これはステップ 1 における SIMP 法に必要な計算コストであり、それぞれ GA において約 1~2 世代程度進化させるのに必要な計算量と同等である。通常、数百世代以上進化させる GA のプロセス全体を考慮すると、増加した計算コストは十分に無視できる程度である。したがって、同じ世代数進化させた場合、提案手法で必要な計算コストは従来手法と比較して、同等な計算コストであると考えられる。

5.3 収束性、多様性及びアルゴリズムの安定性検証

5.3.1 HVR の比較

本研究では、最適化結果の

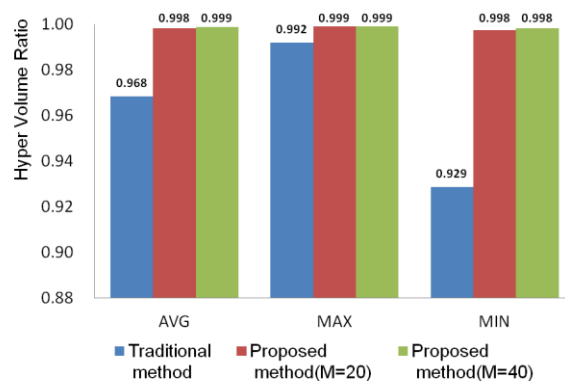


Fig.7 Comparison of average, maximum and minimum HVR at 300 generation

収束性と多様性を評価するため、HVR を用いる。Fig.7 に 300 世代まで進化させた場合の HVR の比較を示す。Table 3 には、従来手法をさらに 600 世代まで進化させた場合の HVR 値も示す。ここで、検証問題において式 (8) の理想値 $HV(P^*)$ が自明ではないため、本研究では、Method1(世代数 600)、Method2(世代数 300)、Method3(世代数 300)の全ての最適化計算から得られたパレート解群を理想値 $HV(P^*)$ として用いた。また、HV の計算に用いられる参照点については、荷重点と支持点が連結されない場合、約 10^9 のオーダーのコンプライアンスが得られるため、本研究では、2 つの目的関数に対する参照点を共に 10^{10} とした。

まず、Fig.7 の HVR の平均 (AVG) および最大値 (MAX) から、提案手法の M=20 と M=40 の場合がより 1 に近い値が得られたことがわかる。これは、提案手法が従来手法に比べ、より収束性および多様性があるパレート解群が得られたことを示す。また、Table 3 の 20 回の計算における HVR の分散から、従来手法より提案手法の分散が小さいことがわかる。これは、提案手法の方が複数の GA の試行において、探索により安定した探索を可能としていることを意味する。このことから、提案手法は従来手法より少ない試行数でも、安定的に良い結果が得られることがわかる。

Table 3 Result of Hyper Volume Ratio

	Traditional method				Proposed method	
	Standard random initialization				M=20	M=40
Generation	300	400	500	600	300	300
AVG	0.9683	0.9775	0.9826	0.9856	0.9982	0.9987
MAX	0.9920	0.9955	0.9960	0.9972	0.9990	0.9991
MIN	0.9286	0.9425	0.9470	0.9550	0.9976	0.9983
VAR	3.29E-04	2.59E-04	2.12E-04	1.64E-04	1.30E-07	7.45E-08

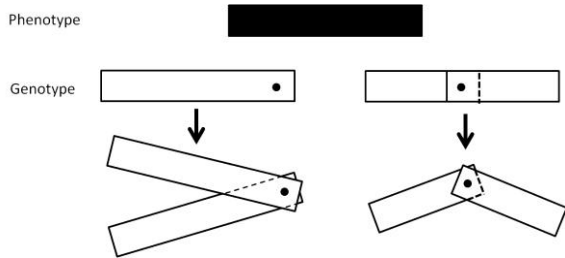


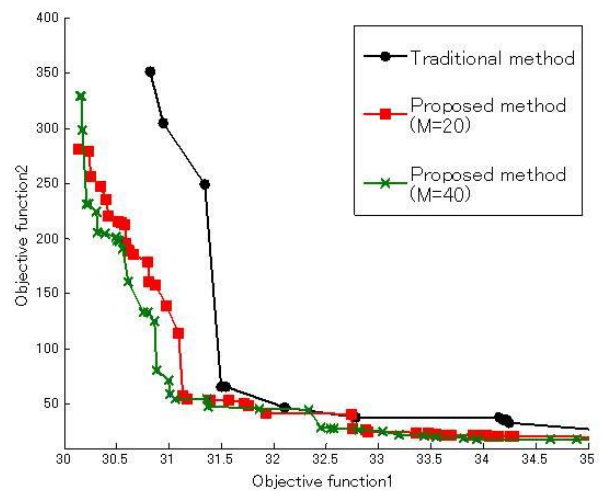
Fig.8 An example of topology change of genotype which have same phenotype

次に、提案手法において初期個体のプールの生成に用いる局所解の数 (M) の影響について調査した。提案手法における M の影響を調査するために、 $M=20$ と $M=40$ の HVR の平均 (AVG), 最大値 (MAX) を比較すると、提案手法 $M=40$ の場合が 1 に近い値を持つ。このことから、提案手法においては、エリート初期個体の類似解を多く用いることで、収束性と多様性が向上できると考えられる。これは、高い M を用いる場合、表現型の多様性が高くなるため、より多様な初期個体がプールに生成されるためであると考えられる。また、ステップ 1 で同じポロジータを持つ表現型が得られた場合でも、異なる遺伝子型が得られる可能性がある。例えば、Fig.8 のように、同じ表現型を持つ遺伝子型において、それぞれ変化する方向が異なるようになる。よって、異種個体が発生する可能性が高い。したがって、高い M の値を用いる場合、真のパレート解への収束確率が高くなると考えられる。しかしその場合は、計算コストが増加するので、パラメータを設定する際に、計算コストを考慮する必要があると考えられる。

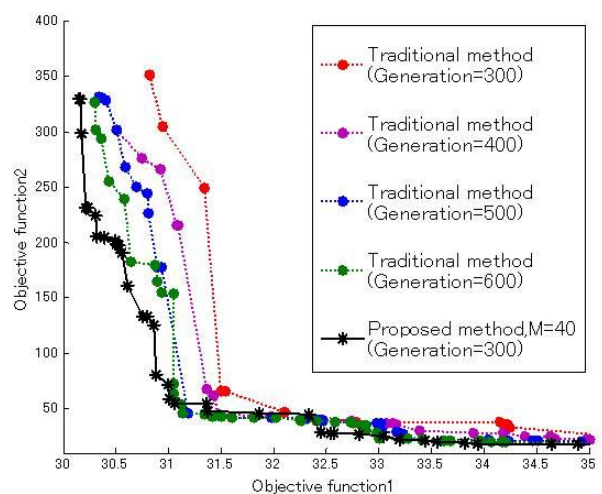
5.3.2 Pareto frontier の比較

Fig.9 に本研究で用いた例題の 2 つの目的関数 (各荷重に対するコンプライアンス) に対するパレートフロンティアを図示する。Fig.9(a) に従来手法と提案手法 $M=20$, $M=40$ の全てのケースに対して 300 世代まで進化した後の結果を、Fig.9 (b) に従来手法の 300, 400, 500, 600 世代における結果と提案手法の $M=40$ の場合における 300 世代のパレートフロンティアとの比較を示す。また、Fig.10 に提案手法の $M=40$ の場合、300 世代にて得られた代表的なトポロジー結果も併せて示す。

まず、Fig.9(a) から、計算量が同等な場合、提案手法 $M=40$ のパレート解群が最適解への収束性と多様性が最もあることが分かる。Fig.9(b) から、従来手法によって 600 世代まで進化させた場合、得られたパレートフロンティアは 300 世代まで進化させた提案手法のパレートフロンティア漸近するものの、その大部分において収束性が劣ることがわかる。このことは、Table 3 に示した従来手法の 600 世代、提案手法 $M=40$ の平均と最大 HVR の値の比較からも数値的に説明される。また、図 10 から効率性を向上させた提案手法によりも様々なトポロジーが適切に得られたことがわかる。



(a) Pareto frontier of each case at 300 generation



(b) Pareto frontier of Case1 at each generation and Case2 at 300 generation

Fig.9 Result of Pareto frontier

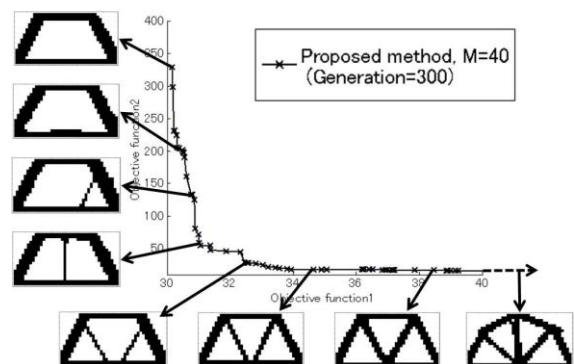


Fig.10 Topology results of case3 of proposed method at 300 generation

得られた結果から、提案手法は初期の類似解の生成段階において若干の計算コスト増加があるものの、全体的な GA の計算効率は従来手法と比較して大きく向上可能であることが示された。

6. 結 言

重み付き線形和手法を用いた SIMP 法から得られる局所解と類似するエリート個体群を GA の初期個体とする手法を提案し, GA を用いた多目的トポロジー最適化の高効率化を試みた.

提案手法の効率性を比較するため, GA において一般的に用いられるランダム初期個体群と性能を Simply support beam 例題を用い比較した. その結果, 同等の計算コストにおいて, 提案手法がより収束性および多様性を持ったパレートフロンティアを探索可能であることを HVR および目的関数空間上でのパレートフロンティア比較により明らかにした.

また, 多目的最適化において, その目的関数の空間が非凸形状の場合, 単純な重み付き線形和法では適切な初期個体が得られない可能性がある. しかし, 本研究では, 厳密なパレート解を求めることが目的ではなく, GA を用いた多目的トポロジー最適化の収束性の向上を目的とするため, 重み付き線形和だけではなく, 例えば, 目的関数の 2 次結合形式などを用いることで有効な初期個体が得られると考える. 今後, 重み付き線形和と共に 2 次結合形式等を用いる方法の検討が必要であると考えられる.

参考文献

- (1) Bendsøe, M. P. and Kikuchi, N., Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **71-2**, 1998, pp.197-224.
- (2) Bendsøe, M. P. and Sigmund, O., *Topology Optimization, Theory, Methods and Applications*, Springer, Berlin, 2003.
- (3) Huang, X., Xie, Y.M., *Evolutionary topology optimization of continuum structures: methods and applications*, John Wiley & Sons, Chichester, 2010.
- (4) 山田崇恭, 西脇眞二, 泉井一浩, 吉村允孝, レベルセット法による形状表現を用いたフェーズフィールド法の考え方に基づくトポロジー最適化, 日本機械学会論文集, A 編, **75-753**, 2009, pp.550-558.
- (5) 乙守正樹, 山田崇恭, 泉井一浩, 西脇眞二, 数理計画法を用いたレベルセット法に基づくトポロジー最適化, 日本機械学会論文集, C 編, **77-783**, 2011, pp.4001-4014.
- (6) 多田幸生, 瀬口靖幸, 藪忠司, 複数の荷重条件を考慮する構造物の形状決定問題: 拡張逆変分問題, 日本機械学会論文集 A 編 **52-473**, 1986, pp.233-238.
- (7) Deb, K.: *Multi-objective Optimization using Evolutionary Algorithms*. John Wiley and Son Ltd, New York, 2001.
- (8) 中山弘隆, 岡部達哉, 荒川雅生, 尹禮分, 多目的最適化と工学設計—しなやかシステム工学アプローチ, 現代

図書, 2008.

- (9) 稲川智一, 荒川雅生, 山川宏, 遺伝的アルゴリズムを用いた 2 次元構造物の最適トポロジーに関する研究, 日本機械学会論文集 C 編 **61-587**, 1995, pp.2901-2908.
- (10) Li, C., Hiroyasu, T., Miki, M., Parameters Discussion of SX for Structural Topology Optimization, *Transactions of JSCES*, Paper No. 20090004.
- (11) Wang, S. Y. and Tai, K., Bar-system representation method for structural topology optimization using the genetic algorithms, *Engineering Computations*, **22-2**, 2005, pp.206-231.
- (12) Goldberg, D., *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*, Addison Wesley Longman, 1989
- (13) Deb, K., Agrawal, S., Pratap, A., Meyarivan, T., A fast and elitist multi-objective genetic algorithm for multi-objective optimization: NSGA-II, in: *Proceedings of the Parallel Problem Solving from Nature VI Conference*, Paris, 2000, pp.849-858.
- (14) Deb, K., Anand, A., Joshi, D., A computationally efficient evolutionary algorithm for real-parameter optimization, *Evolutionary Computation*, **10-4**, 2002, pp.371-395
- (15) Deb, K. and Goyal, M., A combined genetic adaptive search (GeneAS) for engineering design, *Computer Science and Informatics*, **26-4**, 1996, pp.30-45.